## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att $E_{PL}$ och $A_R$ ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

### Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. … | +1 $E_P$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…) | +1 $E_P$ |

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

| E | C | A |
|---|---|---|
| Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$ | Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$ och 1 $C_R$ | Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$, 1 $C_R$ och 1 $A_R$ |

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ($C_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ($A_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

# Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 22 C- och 16 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 42 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 9 poäng på A-nivå

## Delprov D

**16.** **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar (”$x$ motsvarar antalet män”) +1 $E_M$

b) Godtagbar ansats, bestämmer minst en av variablerna $x$ eller $y$ +1 $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2569 män och 367 kvinnor) +1 $E_M$

**17.** **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer ett korrekt värde på $k$, 30 +1 $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = 30x - 2$ ) +1 $E_M$

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån ekvationen i a) (118 ml) +1 $E_M$

*Kommentar:* Även svar utan enhet betraktas som godtagbart.

c) Godtagbar utvärdering av modellens giltighet, t.ex. kommenterar att 0 fl oz borde motsvara 0 ml +1 $C_M$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**18.** **Max 3/0/0**

a) Godtagbar bestämning av variationsbredd för material A och B (variationsbredd$_A$ = variationsbredd$_B$ = 22) +1 $E_B$

Godtagbar beräkning av standardavvikelse för både A och B ($s_A$ = 10,0 och $s_B$ = 7,8) +1 $E_B$

b) Godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för material A (t.ex. ”Värdena för material B ligger närmare medelvärdet än värdena för material A, därför blir standardavvikelsen större för A.”) +1 $E_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**19.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $1{,}6 = 0{,}85 \cdot a^{11}$ +1 $C_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,9 %) +1 $C_M$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**20.** **Max 2/1/1**

a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Om $x$ ökar måste också $y$ öka eftersom $k > 0$. Funktionen kan inte gå genom punkten (6, 4).”) +1 $E_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

b)

| E | C | A |
|---|---|---|
| Eleven för ett enkelt resonemang som leder till att koordinaterna till en punkt $Q$ anges korrekt. | Eleven för ett välgrundat resonemang som leder till att:<br>eleven anger, algebraiskt eller grafiskt, minst ett av områdena $x < 3,\ y < 5$ eller $x > 3,\ y > 5$<br>*eller*<br>eleven ritar en linje som går genom båda områdena och anger att punkterna på linjen uppfyller villkoren. | Eleven för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att båda områdena $x < 3,\ y < 5$ och $x > 3,\ y > 5$ anges algebraiskt eller grafiskt. |
| 1 $E_R$ | 1 $E_R$ och 1 $C_R$ | 1 $E_R$, 1 $C_R$ och 1 $A_R$ |

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**21.** **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (0,62 liter/km) +1 $E_M$

b) Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att den lägsta bränsleförbrukningen fås genom symmetrilinjens $x$-koordinat +1 $C_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (0,52 liter/km) +1 $C_M$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**22.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbar linje och bestämmer linjens *k*-värde till ett värde i intervallet $0{,}46 \le k \le 0{,}60$ +1 $C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 0{,}53x + 50$) +1 $C_P$

*Kommentar*: Elev som bestämmer sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**23.** **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för rektangelns area i en variabel, $(400 - \pi r) \cdot 2r$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar beräkning av radien, $r_1 = 177{,}6$ och $r_2 = 77{,}1$ +1 $A_M$

med godtagbar motivering om varför radien 177,6 m inte är möjlig med korrekt svar (77 m) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $A(r)$, $O(r)$, tydlig figur med införda beteckningar, termer såsom radie, area, omkrets, rektangel, halvcirkel, areafunktion samt angivna enheter etc. +1 $A_K$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**24.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till bestämning av vinkeln *CMA* +1 $A_R$

med ett fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att vinkeln *v* bestäms +1 $A_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**Uppgift 18b**

**Elevlösning 1 (0 poäng)**

Standardavvikelsen i B är mindr
än i A då stickprov B har
fler resultat som ligger nära varandra
än vad A har.

*Kommentar:* Elevlösningen innehåller formuleringen ”har fler resultat som ligger nära varandra”. Detta anses inte vara ett godtagbart resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

**Elevlösning 2 (1 $E_R$)**

Skillnaden som uppstår i standardavvikelsen
beror på att det finns fler tal i stickprov
B som ligger nära medelvärdet

*Kommentar:* Elevlösningen innehåller formuleringen ”det finns fler tal i stickprov B som ligger nära medelvärdet”. Detta anses vara ett godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

**Uppgift 19**

**Elevlösning 1 (0 poäng)**

Jag skrev in värdena i Geogebra
och fick fram ekvationen:

$y = 850000 \cdot 1,06^x$

Vilket betyder att priset ökade
med 6% varje år.

*Kommentar:* Elevlösningen anses ej godtagbar på C-nivå eftersom det inte framgår hur det digitala hjälpmedlet har använts. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för en godtagbar ansats.

## Uppgift 20a

**Elevlösning 1 (1 $E_R$)**

Svar: Nej.

$k = \frac{5-4}{3-6} = \frac{1}{-3}$   $k \neq -\frac{1}{3}$

*Kommentar:* Lösningen visar ett enkelt resonemang som bygger på beräkningar där det framgår att linjens riktningskoefficient blir negativ om linjen går genom punkten (6,  4).

## Uppgift 20b

**Elevlösning 1 (1 $E_R$)**

Q:s koordinater (x, y)
måste vara så att linjen ska kunna gå igenom
P(3, 5) utan att riktningskoefficienten k
blir < 0
T.ex: Q:s koordinater = (5, 17)

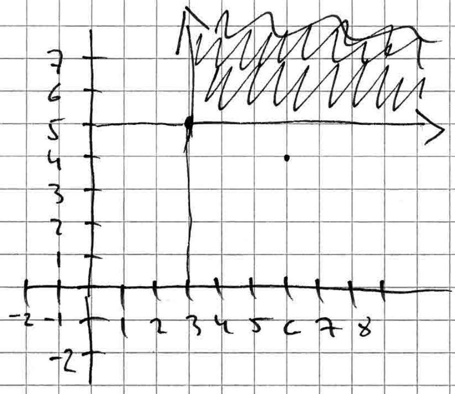
*Kommentar:* Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som leder till att koordinater för en punkt *Q* som uppfyller de givna villkoren anges. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

**Elevlösning 2 (1 $E_R$ och 1 $C_R$)**

Svar: $y > 5$

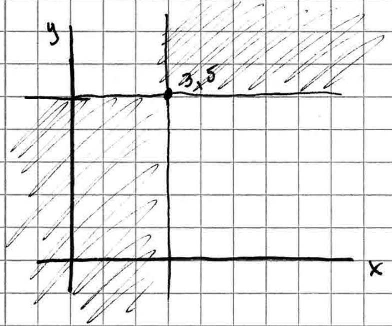
$x > 3$

Punkterna Q måste finnas inom markerat område.




*Kommentar:* Elevlösningen visar en grafisk lösning där ett av två korrekta områden markerats i ett koordinatsystem. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå och en resonemangspoäng på C-nivå.

**Elevlösning 3 (1 $E_R$, 1 $C_R$ och 1 $A_R$)**




inom de gråade områdena

när $y < 5$ måste $x < 3$

$y > 5$ måste $x > 3$

*Kommentar:* Elevlösningen är knapphändig men tillräcklig för att visa på förståelse för de två grafiska områdena som är möjliga för punkten *Q*:s koordinater. Lösningen ges samtliga möjliga resonemangspoäng.

## Uppgift 21b

### Elevlösning 1 (2 $C_M$)

$$\frac{0{,}0010v^2}{0{,}0010} - \frac{0{,}040v}{0{,}0010} + \frac{0{,}92}{0{,}0010} = 0$$

$$v^2 - 40v + 920 = 0$$

$$\frac{40v}{2} = 20v$$

$$B(20) = 0{,}0010 \cdot 20^2 - 0{,}040 \cdot 20 + 0{,}92 = \underline{\underline{0{,}52}}$$

Den lägsta bränsleförbrukningen är $\underline{\underline{0{,}52}}$ l/km

*Kommentar:* Elevlösningen visar att ekvationen $B(v) = 0$ tecknas. Insikt visas om att symmetrilinjens $x$-koordinat är det värde som ger lägst bränsleförbrukning. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

## Uppgift 22

### Elevlösning 1 (0 poäng)

Väljer ut två bra punkter 1100, 600 & 1800, 1000

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1000-600}{1800-1100} = \frac{400}{700} = \frac{4}{7}$$

$$1000 = \frac{4}{7} \cdot 1800 + m \qquad k = \frac{4}{7}$$

$$1000 \approx 1029 + m$$

$$1000 - 1029 \approx m$$

$$m \approx -29$$

$$\underline{y = \frac{4}{7}x - 29}$$

*Kommentar:* Elevlösningen anses visa en ej godtagbar bestämning av sambandet eftersom den bygger på två punkter tagna ur tabellen och inte på linjär regression. Lösningen ges 0 poäng.

**Elevlösning 2 (2 $C_P$)**

Jag matade in värdena i Geogebra.
Jag analyserade punkterna och tog
linjär som regressionmodell. Jag
fick linjen till $y = 0{,}53x + 49{,}88$
Svar: Linjens samband är
$y = 0{,}53x + 49{,}88$

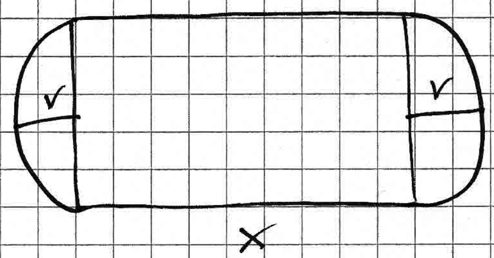
*Kommentar:* Lösningen visar en linjär regression utförd med hjälp av digitalt hjälpmedel. Redovisningen anses godtagbar eftersom det hänvisas till ”linjär som regressionsmodell” och lösningen bedöms därmed ge båda procedurpoängen på C-nivå.

**Uppgift 23**

**Elevlösning 1 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

Omkretsen : 800m

Arean : $43000 m^2$




$O_{cirkel} = 2\pi r$

$O_{rektangel} = 2x + 4r$

$800 = 2\pi r + 2x$

$800 = 2\pi r + 2x$

$\frac{800 - 2\pi r}{2} = \frac{2x}{2}$

$x = 400 - \pi r$

$A_{cirkel} = \pi r^2$

$A_{rektangel} = 2rx$

$43000 = \pi r^2 + 2rx$

$43000 = \pi r^2 + 2r(400 - \pi r)$

$43000 = \pi r^2 + 800r - 2\pi r^2$

$43000 = 800r - \pi r^2$

$\frac{\pi r^2 - 800r + 43000}{\pi} = \frac{0}{\pi}$

$r^2 - 254{,}6\ldots r + 13687{,}3\ldots = 0$

$r = 127 \pm \sqrt{(127^2) - 13687{,}3\ldots}$

$r = 127 \pm 50$

$r_1$ är en falsk rot

$\cancel{r_1 = 177}$

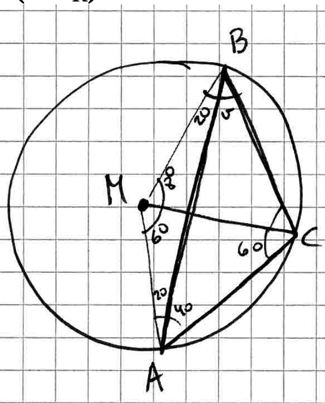
$r_2 = 77$

Svar: $r = 77$

*Kommentar:* Elevlösningen visar korrekt beräkning av radien utifrån den tecknade ekvationen. Motivering saknas till varför $r_1 = 177$ ska uteslutas. Därmed uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen är lätt att följa och förstå och ritad figur med införd beteckning *x* finns. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för kommunikation på A-nivå. Sammantaget ges lösningen de två första modelleringspoängen på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

**Uppgift 24**

**Elevlösning 1 (2 $A_R$)**




fyrhörning = 360°
triangel = 180°
~~40+40=80~~

sida CA = MC = AM
↑ liksidig

$\frac{180}{3} = 60$ alla sidor i CAM är 60°

sida CM = MB
↑ likbent

sida AM = MB
↑ likben

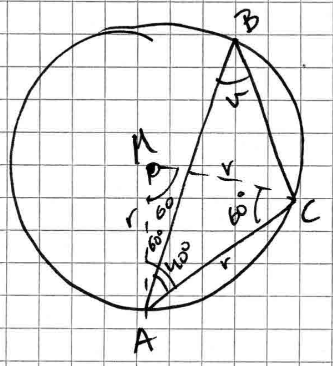
BAM = MBA
20° = 20°

20 + 20 = 40
AMB = 140°
140 − 60 = 80°
CMB = 80°
Eftersom CMB är likbent
180 − 80 = 100
$\frac{100}{2} = 50$

40+40+40+100 = 220
MBC = 50°
50 − 20 = 30
v = 30°

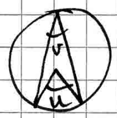
*Kommentar:* Elevlösningen visar godtagbar bestämning av $\angle CMA$. Vidare används egenskaperna hos de tre trianglarna *AMB* (likbent), *AMC* (liksidig) samt *BCM* (likbent) för bestämning av vinkeln *v*. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.

**Elevlösning 2 (2 $A_R$)**




Triangeln ACM är en liksidig triangel i med att AC är lika lång som radien. (all vinklar är lika $\frac{180}{3} = 60°$)

Randvinkelsatsen säger:




$u = 2v$

Alltså är $60° = 2v$

$v = 30°$

Svar: $v = 30°$

*Kommentar:* Elevlösningen visar godtagbar bestämning av $\angle CMA$. För bestämning av vinkeln *v* hänvisas till randvinkelsatsen. Därmed uppfyller lösningen kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.