

| | |
|-------------------|--|
| Delprov B | Uppgift 1-10. Endast svar krävs. |
| Delprov C | Uppgift 11-15. Fullständiga lösningar krävs. |
| Provtid | 120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans. |
| Hjälpmedel | Formelblad och linjal. |

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 23 E-, 22 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 16 poäng

D: 25 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 33 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå

B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 52 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. För polynomfunktionen f gäller att $f(x) = 3x^4 + 7x^2 + 3$
- a) Vilken grad har funktionen f ? _____ (1/0/0)
- b) Bestäm $f'(x)$. _____ (1/0/0)
2. Ange två olika primitiva funktioner till $f(x) = 7x + 4$
 _____ och _____ (2/0/0)
3. Under de första sekunderna efter start kan sträckan som en bil färdas beskrivas med $s(t) = 3t + t^2$ där s är sträckan i meter och t är tiden i sekunder.

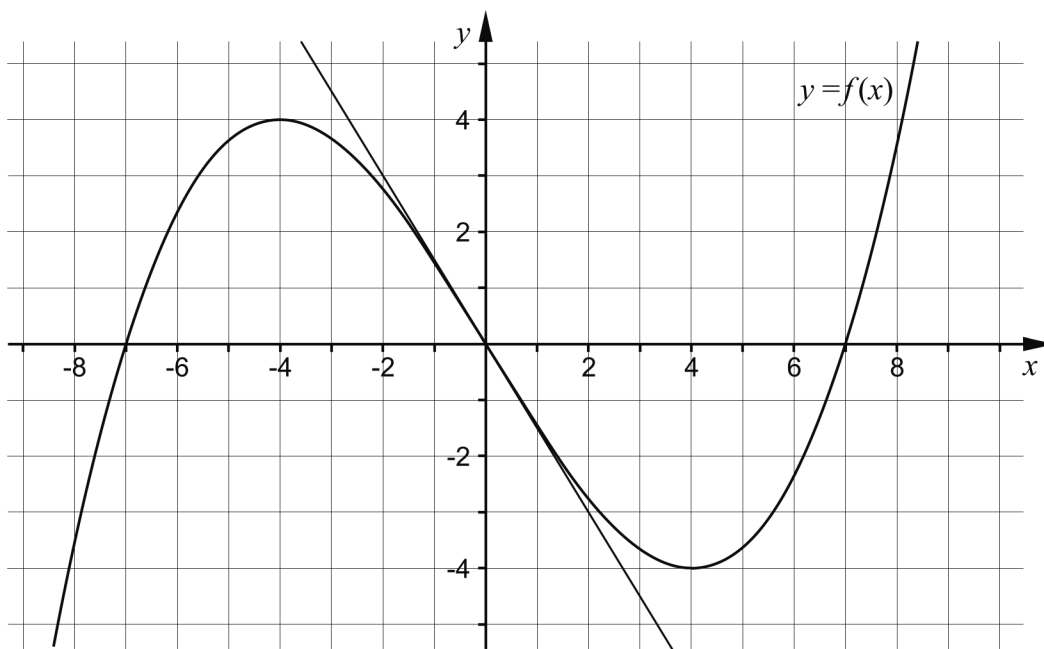


Bestäm bilens hastighet v som funktion av tiden t .

$$v(t) = \text{_____} \quad (1/0/0)$$

4. Lös ekvationen $(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0$ _____ (1/0/0)
5. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.
- a) $16 + (x^3 + 4)(x^3 - 4)$ _____ (1/0/0)
- b) $\frac{x}{(x + 4)^9} + \frac{4}{(x + 4)^9}$ _____ (0/1/0)

6. Figuren nedan visar grafen till en tredjegradsfunktion f och en tangent som tangerar grafen i origo.

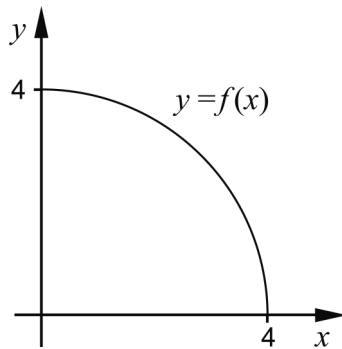


- a) Bestäm derivatans nollställen. _____ (1/0/0)
- b) Bestäm $f'(0)$. _____ (1/0/0)
- c) Skissa grafen till funktionens derivata i koordinatsystemet ovan. (0/1/1)
7. Den geometriska summan $2 - 2 \cdot 1,5 + 2 \cdot 1,5^2 - 2 \cdot 1,5^3 + \dots - 2 \cdot 1,5^{19}$ är lika med ett av alternativen A-H. Vilket?

| | | | |
|--|--|--|--|
| A. $2 \cdot \frac{(-1,5)^{18} - 1}{-1,5 - 1}$ | B. $2 \cdot \frac{(-1,5)^{19} - 1}{-1,5 - 1}$ | C. $2 \cdot \frac{(-1,5)^{20} - 1}{-1,5 - 1}$ | D. $2 \cdot \frac{(-1,5)^{21} - 1}{-1,5 - 1}$ |
| E. $2 \cdot \frac{1,5^{18} - 1}{1,5 - 1}$ | F. $2 \cdot \frac{1,5^{19} - 1}{1,5 - 1}$ | G. $2 \cdot \frac{1,5^{20} - 1}{1,5 - 1}$ | H. $2 \cdot \frac{1,5^{21} - 1}{1,5 - 1}$ |

_____ (0/1/0)

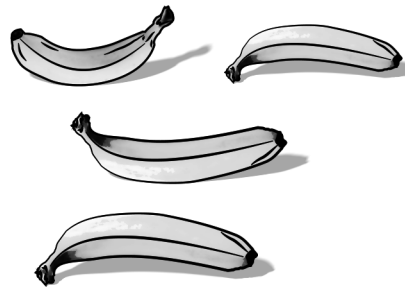
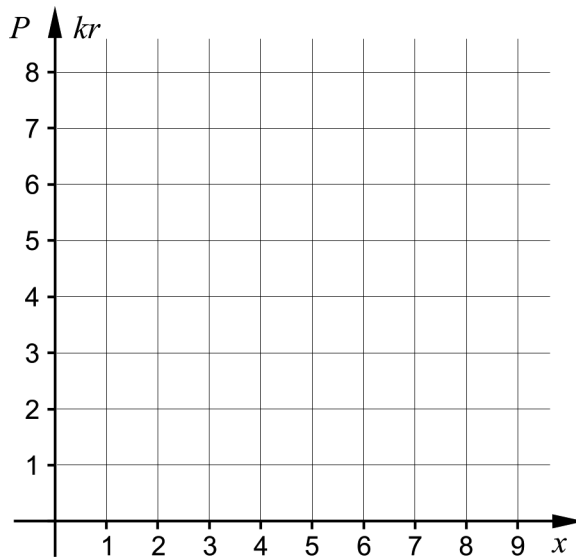
8. Grafen till funktionen f bildar en kvartscirkel i första kvadranten.



Bestäm $\int_0^4 f(x) dx$. Svara exakt.

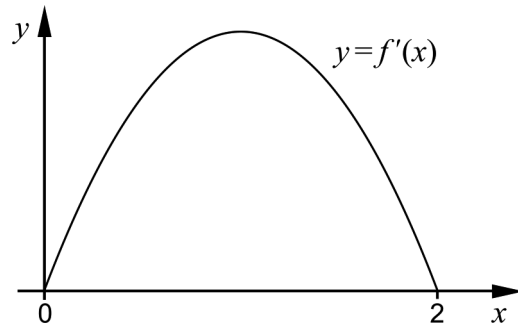
_____ (0/1/0)

9. I Hagaskolans cafeteria kostar bananer 2 kr per styck. Priset P kr är en funktion av antalet bananer x . Rita in grafen till funktionen i intervallet $1 \leq x \leq 4$ i koordinatsystemet nedan.



(0/1/0)

10. Funktionen f har derivatan f' . Figuren nedan visar grafen till f' . Avgör vilket påstående A-F som *alltid* är sant.

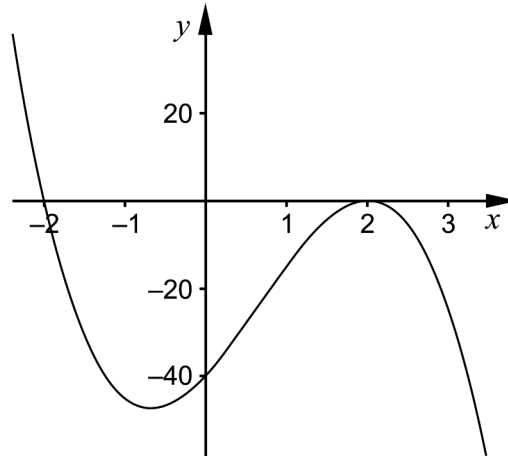


- A. $f(2)$ är positiv
B. $f(2) - f(0)$ är positiv
C. $f(1)$ är noll
D. $f(0)$ är noll
E. $f(1) - f(2)$ är positiv
F. $f(0) - f(1)$ är positiv

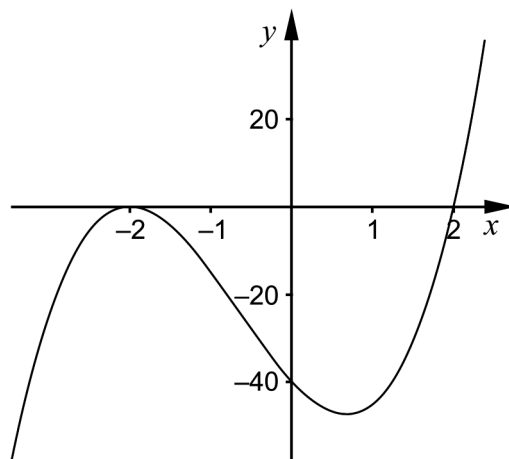
_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Figurerna A och B nedan visar graferna till två tredjegradsfunktioner.



Figur A

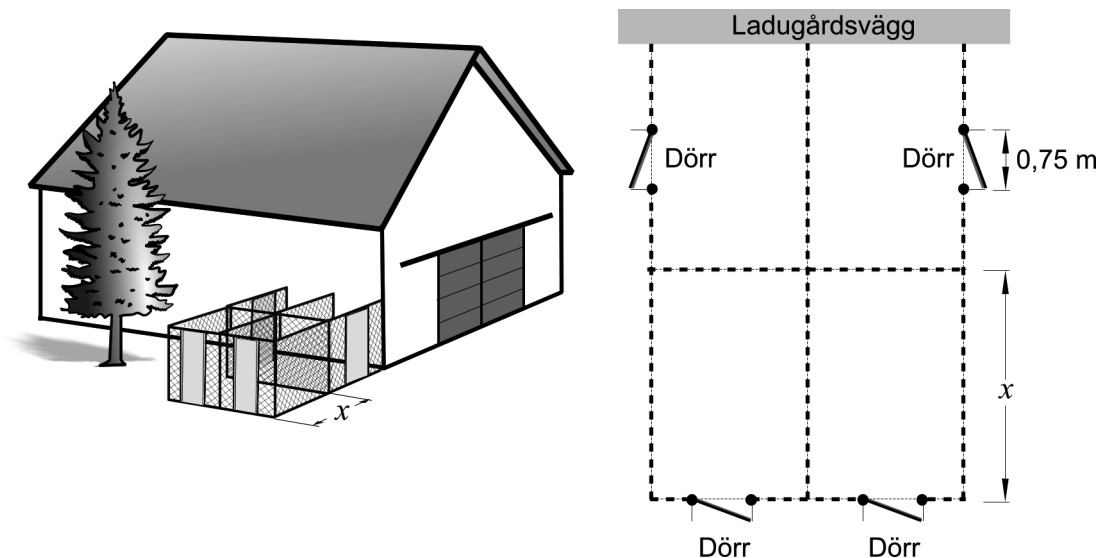


Figur B

- a) Vilken av figurerna visar grafen till en tredjegradsfunktion f där $f'(2) = 0$? Motivera ditt svar. (1/0/0)
- b) Vilken av figurerna visar grafen till $f(x) = 5(x - 2)(x + 2)^2$? Motivera ditt svar. (0/1/0)

12. Karin ska bygga fyra rektangulära rastgårdar till sina hundar. Alla fyra rastgårdar ska ha samma mått och inhägnas med stängsel.

Karin har 45 m stängsel och fyra dörrar som hon ska använda till rastgårdarna. Två av rastgårdarna byggs mot en ladugårdsvägg. Därför behövs inte stängsel på den sida som utgörs av ladugårdsväggen. Dörrarna är 0,75 m breda, lika höga som stängslet och ska placeras enligt figuren.



Arenan för var och en av rastgårdarna ges av funktionen $A(x) = 12x - 1,5x^2$ där A är arean i m^2 och x är längden av rastgårdens ena sida i m, se figur.

- a) Bestäm med hjälp av derivata det värde på x som ger varje rastgård så stor area som möjligt. (2/0/0)
- b) Visa att arean av en rastgård ges av funktionen $A(x) = 12x - 1,5x^2$ (0/0/3)
13. Lös ekvationen $\frac{6}{x-3} - \frac{18}{x(x-3)} = 2$ (0/3/0)
14. Beräkna $\int_0^4 e^{\frac{x}{2}} dx$. Svara exakt. (0/2/0)
15. Bestäm konstanten A så att $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{Ax}{4x+A} = \frac{1}{7}$ (0/0/3)