Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 23 E-, 23 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 34 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 52 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (-4)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar $\left(\frac{8}{3}\right)$	+1 E_P
3.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad tangent	+1 E_B
b)	Godtagbart ritad sekant som skär grafen i två punkter	+1 E_B
	Se avsnittet Bedömda elevlösningar.	
4.		**Max 1/2/0**
a)	Korrekt svar $(f'(x) = 15x^2 - 16x)$	+1 E_P
b)	Korrekt svar $\left(f'(x) = \frac{3 - \mathrm{e}^{-x}}{2}\right)$	+1 C_P
c)	Korrekt svar $(f'(x) = x^{-1,5})$	+1 C_P
5.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (54)	+1 E_B
b)	Korrekt svar $(2 \cdot 3^{n-1})$	+1 C_B

6. **Max 1/0/0**

Godtagbart ritad graf
(Markering av punkterna $(1, 1)$, $(2, 4)$ och $(3, 9)$) +1 E_B

7. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar (G) +1 E_B

b) Korrekt svar (H) +1 C_B

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ E) +1 C_B

9. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar (3) +1 E_P

b) Korrekt svar $\left(\dfrac{x-3}{2(x+3)}\right)$ +1 C_P

c) Korrekt svar ($(x-1)^{12}$) +1 A_P

10. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (C) +1 C_B

b) Korrekt svar (B, D och E) +1 A_B

Delprov C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. sätter in $x = 2$ i båda funktionsuttrycken *eller* tecknar ekvationen $x^3 = 6x^2 - 9x$	+1 E_R
med i övrigt godtagbart slutfört resonemang med slutsatsen att punkten inte är en skärningspunkt	+1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, deriverar och tecknar ekvationen $3x^2 - 12x + 9 = 0$	+1 E_P
med korrekt bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 1$ och $x_2 = 3$	+1 E_P
med godtagbar verifiering, t.ex. verifiering av maximum då $x_1 = 1$ och uteslutning av nollstället $x_2 = 3$ med korrekt svar ($x = 1$)	+1 E_P
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4	+1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion, $\frac{x^4}{16} + \frac{x}{4}$	+1 C_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1,5 a.e.)	+1 C_P

Kommentar: Svar med utelämnad eller felaktig enhet godtas.

14. **Max 0/3/0**

Godtagbar generell ansats, där två relevanta areor beräknas, t.ex. $\int_0^a kx^2 \mathrm{d}x = \frac{ka^3}{3}$ och $a \cdot ka^2 = ka^3$	+1 C_R
med godtagbart slutfört bevis	+1 C_R
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4	+1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, skriver om nämnaren som $(x-1)(x+3)$ och inser att en av faktorerna $(x-1)$ eller $(x+3)$ ska finnas i täljaren $x^2-ax-12$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a_1=-11$ och $a_2=1$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{3^h-1}{h} = y'(0)$ +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\ln 3$) +1 A_P

Delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer ett allmänt uttryck för den primitiva funktionen, $F(x)=0,25x^4+x^3+C$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x)=0,25x^4+x^3-5$) +1 E_{PL}

18. **Max 1/0/0**

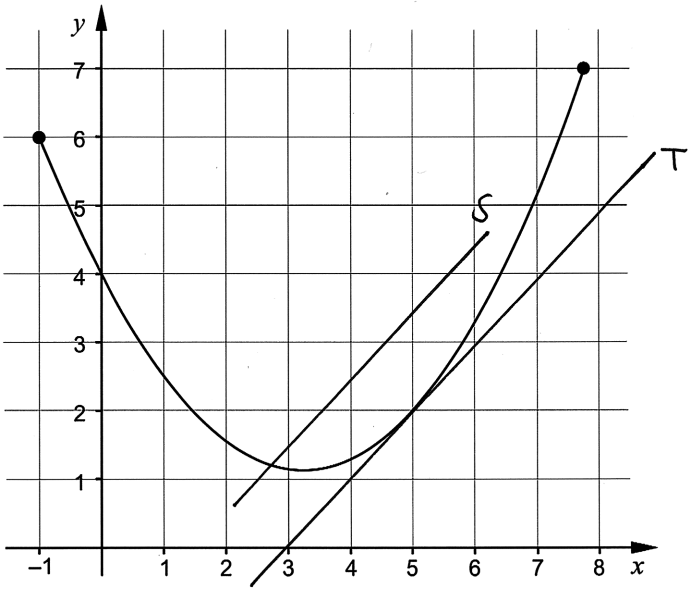
Godtagbart enkelt resonemang med slutsatsen att Lisa har fel +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

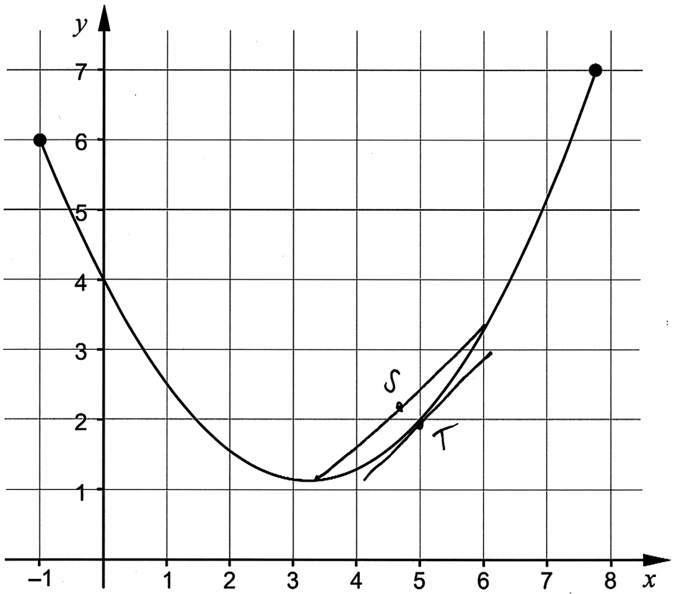
Uppgift 3

Elevlösning 1 (1 E_B)



Kommentar: a) Tangenten är godtagbart ritad, vilket ger en begreppspoäng på E-nivå.
b) Sekanten uppfyller inte kraven för en begreppspoäng på E-nivå eftersom den inte skär grafen i två punkter.

Elevlösning 2 (2 E_B)



Kommentar: Tangenten och framförallt sekanten borde ha varit längre och lutningen är inte riktigt 1. Trots detta bedöms lösningen nätt och jämnt ge två begreppspoäng på E-nivå.

Uppgift 11

Elevlösning 1 (1 E_R)

$x^3 = 6x^2 - 9x$

$x^3 - 6x^2 + 9x = 8$

$2^3 - 6 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 = 8$

$8 - 24 + 18 = 8$

$-16 + 18 \neq 8$

Nej!

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats genom att teckna ekvationen $x^3 = 6x^2 - 9x$. Resonemanget som följer är felaktigt från och med rad 2. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (2 E_R)

$(2, 8)$

x, y

$f(x) = x^3 \qquad g(x) = 6x^2 - 9x$

$f(2) = 2^3 = 8$ och $g(2) = 6 \cdot 2^2 - 9 \cdot 2 = 24 - 18 = 6$

Svar: De möts ej

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som nätt och jämnt uppfyller kraven för två resonemangspoäng på E-nivå eftersom slutsatsen ”De möts ej” är otydlig. Det borde ha stått ”De möts ej i punkten (2, 8)”.

Uppgift 12

Elevlösning 1 (2 E_P och 1 C_K)

$V(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Vmax finns där $V'(x) = 0$

$V'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$ pq-formeln ger vidare att

$\Rightarrow \quad x = -\left(-\frac{4}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3}$

$= 2 \pm \sqrt{1}$

$\Rightarrow \quad x_1 = 2 + 1 = 3$ dm

$x_2 = 2 - 1 = 1$ dm

x_1 ger att sidan $x = 3$dm vilket är orimligt då detta är den kvadratiska platens sida.

Därav finns Vmax i $x = 1$. Sidan ska vara 1 dm för att boet ska bli så stort som möjligt.

Svar: 1 dm

Kommentar: I elevlösningen motiveras varför $x = 3$ dm är orimligt men verifiering av att $x = 1$ dm motsvarar ett maximum saknas, vilket gör att kraven för tredje procedurpoängen på E-nivå inte är uppfyllda. När det gäller kommunikation är uppgiften i det närmaste behandlad i sin helhet och redovisningen är mycket lätt att följa och förstå samt symboler används med god anpassning till syfte och situation. Därmed anses kraven för kommunikationspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen två procedurpoäng på E-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (3 E_P och 1 C_K)

Sökes: Största möjliga volym

Givet: Sidan är 3 dm

$V(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Lösning: $V'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$V'(x) = 0$ ger $3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{2^2 - 3}$

$(x_1 = 3)$ $\quad x_2 = 1$

$V''(x) = 6x - 12$

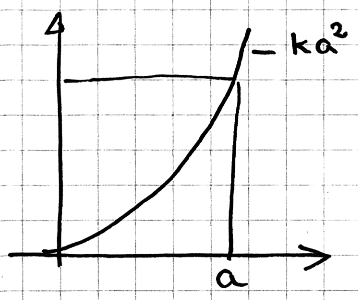
$V''(1) = 6 \cdot 1 - 12 = -6$ $\qquad V(1)$ max

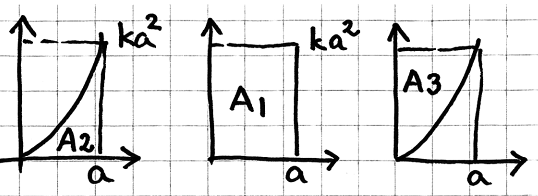
Svar $x = 1$

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive uteslutning av $x = 3$ och verifiering av maximum. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att motiveringen till varför $x = 1$ ger ett maximum är ofullständig. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå

Uppgift 14

Elevlösning 1 (1 C_R och 1 C_K)





$A_1 = a \cdot ka^2 = ka^3$

$A_2 = \int_0^a kx^2 dx = \left[\frac{kx^3}{3}\right]_0^a = \frac{ka^3}{3}$

Om $A_2 + A_3$ ska vara lika med A_1 så

måste $A_3 = \frac{2ka^3}{3}$

Kommentar: Relevanta areor beräknas korrekt men bevisföringen är inte helt slutförd eftersom en slutsats av typen ”dvs $A_3 = 2A_2$” saknas. Även om beviset inte är helt fullständigt så är lösningen välstrukturerad och lätt att följa och förstå. Matematiska symboler används korrekt och figurerna förtydligar lösningen. Elevlösningen ges en resonemangs- och en kommunika-tionspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_R och 1 C_K)

$$A_{uit} = \int_0^a (kx^2)\,dx = \left[\frac{kx^3}{3}\right]_0^a = \frac{ka^3}{3}$$

$$y = ka^2$$

$$A_{rek} = a \cdot ka^2 = ka^3$$

$$A_{grå} = ka^3 - \frac{ka^3}{3} = \frac{2ka^3}{3}$$

$$A_{grå} = 2 \cdot A_{uit}$$

$$\frac{2ka^3}{3} = 2 \cdot \frac{ka^3}{3} \qquad \text{V.S.B.}$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart bevis. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Visserligen saknas figur men detta kompenseras av användningen av index. Elevlösningen ges två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{x^2 - ax - 12}{(x-1)(x+3)} =$$

$$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 3}$$

$$x_1 = 1 \quad \text{och} \quad x_2 = -3$$

Kommentar: Nämnaren faktoriseras korrekt men det framgår inte att faktorerna även ska finnas i täljaren för att förkortning ska vara möjlig. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 A_{PL})

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3}$$

Man kan inte använda några kvadreringsregler eftersom det är – framför 12 och 3.

$$x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$$

För att det ska bli 12 måste man ha med 4 och 3 i parenteserna.

$$(x+3)(x-4) = x^2 - 4x + 3x - 12 = x^2 - x - 12$$

Detta gör att om $a=1$ kan man förenkla uttrycket.

$$\frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x+3)(x-4)}{(x-1)(x+3)} = \frac{x-4}{x-1} \qquad \text{Svar: } a = 1$$

Kommentar: I elevlösningen faktoriseras nämnaren och det ena värdet på a bestäms. Elevlösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_{PL})

Förkortning möjlig

a_1

$$\frac{x^2-ax-12}{x^2+2x-3} = \frac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2-4x+3x-12}{x^2-x+3x-3} = \frac{x^2-x-12}{x^2+2x-3}$$

$x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$

Förkortning möjlig

$$\frac{x^2-ax-12}{x^2+2x-3} = \frac{(x-1)(x+12)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2+12x-x-12}{x^2+2x-3} =$$

$$= \frac{x^2-11x-12}{x^2+2x-3}$$

a_2

$$\boxed{\text{svar } a_1 = 1 \quad a_2 = 11}$$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt förutom ett lapsusfel i sista ledet. Elevlösningen ges två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 E_R)

$x^4 + 0{,}01 = 0$ $\quad$ x^4 kan aldrig vara negativt

$x^4 = -0{,}01$

Kommentar: Resonemanget är godtagbart men det saknas en tydlig slutsats kring Lisas påstående. Lösningen bedöms nätt och jämnt motsvara kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R)

Nej, ekvationen har inga svar egentligen dvs den är inte lösbar och ingen siffra upphöjt till fyra kan bli $-0{,}01$

Kommentar: Argumentet ”ingen siffra upphöjt till fyra kan bli $-0{,}01$” anses tillräckligt för att motsvara kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_R)

Nej, hon har fel. $x^4 = -0{,}01$ det går inte att dra fjärderoten ur ett negativt tal, det blir ett icke reellt tal.

Kommentar: Argumentet ”det går inte att dra fjärderoten ur ett negativt tal” anses tillräckligt för att motsvara kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.