

Integraler

Tid: 100 minuter **Hjälpmedel:** Grafräknare, Formelblad & Linjal

Namn: _____

1.



Café Inferno har tagit fram en modell som beskriver deras önskade vinst per månad V kr för att hålla sin budget, där n motsvarar antalet gäster.

Antalet gäster i sin tur är en funktion av hur lång tid t varje gäst ockuperar ett bord.

Vilket av följande uttryck beskriver relationen mellan variablerna V , n och t ?

$t = V(n)$

$V = n(t)$

$V = V(n(t))$

$V = V(t(n))$

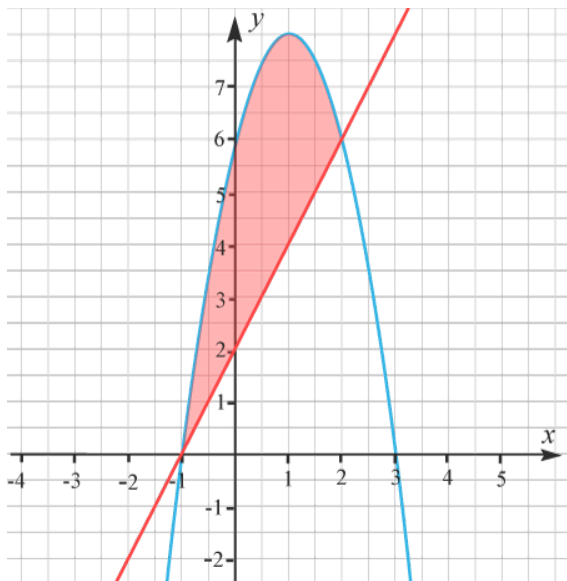
(1/0/0)

2. Beräkna $\int_{-1}^3 (x^2) dx$.

Svara exakt.

(2/0/0)

3. En av integralerna nedan beskriver den rosamarkerade arean. Vilken?



$\int_2^6 (-x^2 + 2x + 2) dx$

$\int_0^8 (-x^2 + 2x + 2) dx$

$\int_0^6 (-x^2 + 2x + 2) dx$

$\int_{-1}^2 (-x^2 + 2x + 2) dx$

$\int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 2) dx$

(1/0/0)

4.



Din vän blåser upp en sfärisk badboll. Luften strömmar in i bollen men hastigheten $150 \text{ cm}^3/\text{sek}$. Hur snabbt ökar ballongens radie då diametern är 12 cm ?

Vi antar att bollen är sfärisk från början och att ökar volymen sfäriskt.

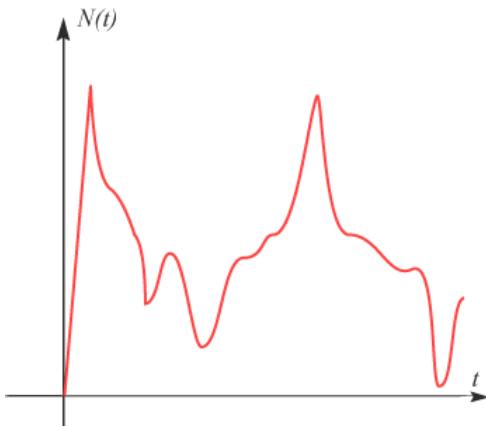
(2/0/0)

5. Funktionen $y = \frac{e^x}{2} + 2$ roteras runt x -axeln. Bestäm volymen som bildas i intervallet $0 \leq x \leq 1$.

(2/0/0)

6. Ester jobbar som webbanalytiker. Hon arbetar med att analysera och klarlägga digitala beteenden hos besökarna på en hennes jobbs webbsida.

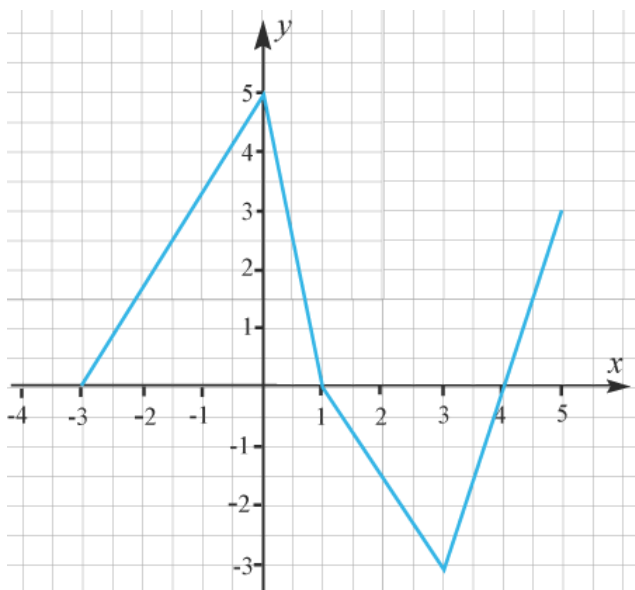
Esther har tagit fram en graf som beskriver hur många $N(t)$ besökare per minut sidan har t minuter efter att företaget öppnat klockan 8.00 fram till de stänger klockan 17.00



Vad kan man beräkna med hjälp av area mellan grafen och x -axeln?

(1/0/0)

7. Figuren nedan visar grafen till funktionen $y = f(x)$. Du, Mia och Sune har fått i uppgift att beräkna integralen $\int_{-3}^5 f(x) dx$



Mia säger att $\int_{-3}^5 f(x) dx = 16$ och Sune får att $\int_{-3}^5 f(x) dx = 14$.

Ange ditt svar och ge även en analys kring hur du tror att Mia och Sune kommit fram till sina svar.

(1/2/0)

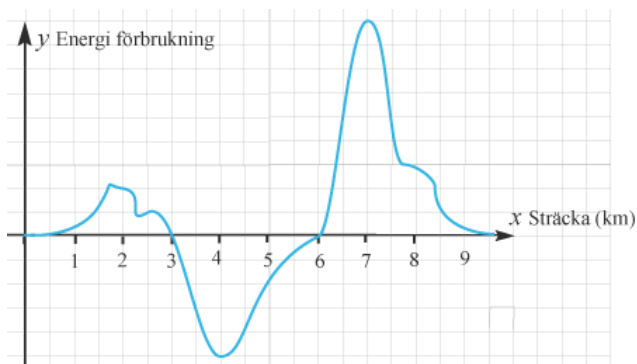
8. Vilket av nedanstående påståenden är INTE sant?

- En integral kan anta både ett positivt eller ett negativt värde.
- Arean som bildas mellan grafen till $f(x) = (x - 2)(x + 3)$ och x -axeln kan beräknas med integralen $\int_{-3}^2 x^2 + x - 6 dx$.
- Integralen $\int_0^{3\pi} \sin x dx$ har ett negativt värde.
- Förstaderivatan är en primitiv funktion till andraderivatan.

(0/1/0)

9. När man bromsar, kör på tomgång eller rullar i en nedförsbacke laddas batteriet i vissa modeller av hybridbilar.

Figuren visar grafen till funktionen $y = f(x)$, som visar energiförbrukningen med avseende på sträckan x , för ett bilbatteri under en specifik bilfärd.



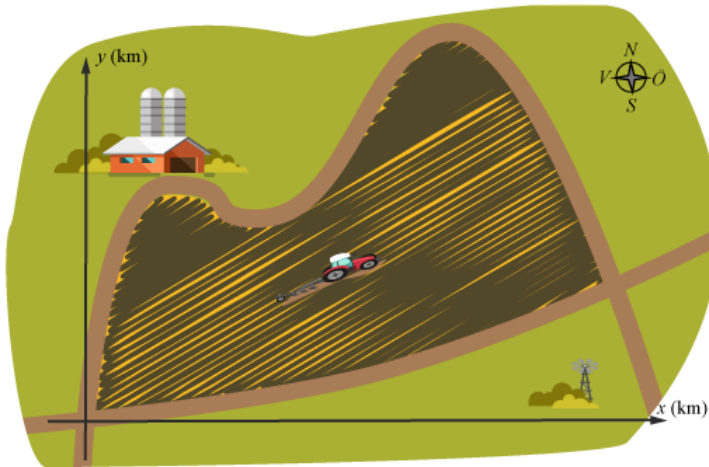
Hur många kilometer från start är batteriet som mest laddat?

(0/2/0)

10. Bestäm arean mellan kurvorna till funktionerna $f(x) = -x^2 - x + 6$ och $y = -2x$.

(0/3/0)

11. Jerry håller på att plöja en åker som avgränsas av två grusvägar enligt figuren nedan.



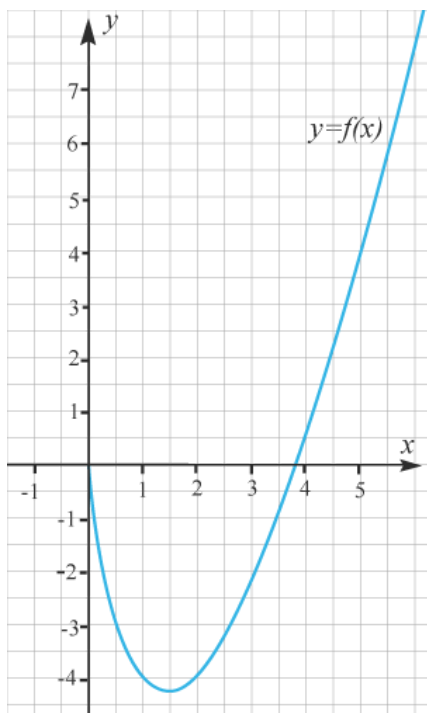
Enligt en förenklad modell kan den övre vägens form beskrivas med funktionen $f(x) = -x^4 + x^3 + 2x^2 + 2$ och den undre med funktionen $g(x) = 0,1e^x$, där x motsvara antal kilometer öster ut ifrån vägkorsningen i väster.

Jerry vet sitter på traktorn och försöker beräkna hur mycket utsäde han behöver så på åkern för att få en bra skörd på åkern nästa höst. En hektar motsvarar en yta på $100\text{m} \cdot 100\text{m}$, alltså $1\text{ha} = 10000\text{m}^2$. För god skörd bör Jerry så ca 220 kilo utsäde per hektar.

Hur mycket utsäde behöver han köpa?

(0/4/0)

12. Grafen tillhör funktionen $y = f(x)$ vars derivata är $f'(x) = 3 \cdot \ln x - 1$.

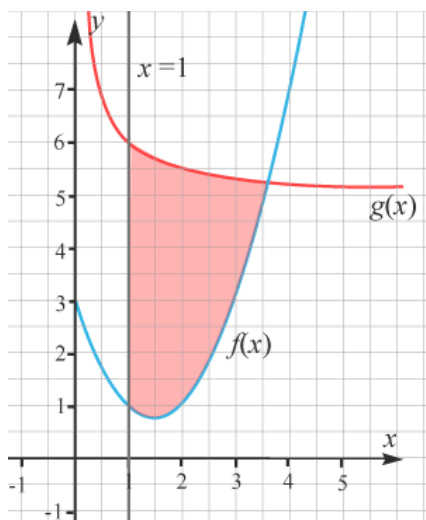


Förklara hur du med hjälp av diagrammet kan beräkna integralen $\int_1^5 (3 \cdot \ln x - 1) dx$ och beräkna dess värde.

(0/0/4)

13. I figuren nedan visas det område som begränsas av kurvorna $y = f(x)$, $y = g(x)$ och $x = 1$.

När området roteras runt x -axeln bildas en rotations kropp.



Teckna ett uttryck för rotationskroppens volym och bestäm dess värde, då

$$g(x) = \frac{1}{x} + 5 \text{ och } f(x) = x^2 - 3x + 3.$$

(0/1/4)

14. Låt $\int_x^b f(t) dt = 0,75 - \sin^2(x)$

Bestäm värdet för b och ange $f(x)$.

(0/0/2)