Kursprov, vårterminen 2017

Matematik

Bedömningsanvisningar 2

För samtliga skriftliga delprov

1b

Skolverket

Instruktioner för bedömning av delprov C

Delprov C bedöms med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Matrisen är uppdelad i två aspekter och tre nivåer. Till uppgiften finns bedömda elevlösningar.

Uppgift 16 (4/4/4)

	E	C	A
Metod och genomförande	Eleven anger att det finns 36 möjliga kombinationer. +E Eleven gör någon sannolikhetsberäkning korrekt. +E	Eleven anger antalet gynnsamma utfall för +1 poäng *eller* anger de två gynnsamma utfallen (5,6) och (6,5) när två kastomgångar ska generera +10 poäng. +C	Eleven beräknar sannolikheten för +10 poäng i två kastomgångar. +A
	Eleven anger antalet gynnsamma utfall för mer än en efterfrågad sannolikhet. +E	Eleven beräknar sannolikheten för +1 poäng *eller* +5 poäng i en kastomgång. +C	Eleven beräknar den genomsnittliga poängökningen. +A
Redovisning		Eleven påbörjar en undersökning om summan av möjliga poäng när totalpoängen ska bestämmas *eller* för ett resonemang om totalpoängen utifrån sannolikheter för olika poäng. +C	Eleven för ett resonemang om att totalpoängen ökar utifrån korrekta motiveringar. +A
	Elevens redovisning är möjlig att följa och omfattar minst två deluppgifter. +E	Elevens redovisning är möjlig att följa och omfattar minst tre deluppgifter. Det matematiska språket är godtagbart. +C	Elevens redovisning är lätt att följa och omfattar någon av deluppgifterna IV eller V. Det matematiska språket är lämpligt. +A

Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 15–25.

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Bedömda elevlösningar delprov C

Bedömda elevlösningar till uppgift 16

Elevlösning 1

I $P(-8): \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

II $P(\text{minuspoäng}): \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$

III $P(+1p): \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

IV $P(+10p \text{ efter två omgångar}): \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296}$

V $P(\text{pluspoäng}): \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

$\frac{5}{36} > \frac{1}{36}$ $(P(\text{minuspoäng}))$

$\because$ Ju fler omgångar desto större sannolikhet att få pluspoäng. Däremot adderas negativa tal sjunker värdet. Detta tyder på att det totala värdet kommer sjunka. Tex. $5+(-10)=5-10=-5$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X			2/0/0
Redovisning	X			1/0/0
Summa				3/0/0

Kommentar: Elevlösningen visar inte gynnsamma utfall i någon punkt utöver punkt I. Ett resomenmang förs om totalpoängen, men baserat på felaktiga sannolikheter.

Elevlösning 2

1. $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Svar: Sannolikheten att man får −8 poäng vid ett kast med två tärningar är $\frac{1}{36}$.

2. ⚀ ⚀ $\frac{1}{36}$

\+ ⚁ ⚁ $\frac{1}{36}$

\+ ⚂ ⚂ $\frac{1}{36}$

\+ ⚃ ⚃ $\frac{1}{36}$

\+ ⚄ ⚄ $\frac{1}{36}$

\+ ⚅ ⚅ $\frac{1}{36}$

$= \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6/6}{216/6} = \frac{1}{36}$

Svar: Sannolikheten att få minuspoäng är $\frac{1}{36}$.

4. Antal möjliga:

	Tärning
Omgång 1	5
Omgång 2	5

Omgång 1: ⚄ · ⚅ $= \frac{1}{36}$

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2/2}{72/2} = \frac{1}{36}$

Omgång 2: ⚅ · ⚄ $= \frac{1}{36}$

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$

Svar: Det är $\frac{1}{36}$ chans att få +10 poäng vid två kastomgångar.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X X			3/0/0
Redovisning	X			1/0/0
Summa				4/0/0

Kommentar: Antalet gynnsamma utfall för punkt II visas i bilden.

Elevlösning 3

1. $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ Svar: $\frac{1}{36}$

2. $\frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ Svar: $\frac{1}{6}$

3. $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$ Svar: $\frac{5}{36}$

4. $\frac{2/2}{12/2} = \frac{1}{6}$ $\frac{2/2}{12/2} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ Svar: $\frac{1}{36}$

5. Det kommer med största sannolikhet aldrig öka markant i summa

1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
-2	-4	-6	-8	-10	-12

$\frac{6/6}{36/6} = \frac{1}{6}$ att få -

då det är $\frac{1}{6}$ sannolikhet att få ett negativt tal samtidigt som det negativa talet blir dubbet så negativt (om tex får två 6 blir det -12) och de positiva talen får det minsta av det tal man får dvs. högst 5 poäng.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X X			3/0/0
Redovisning	 X	X		1/1/0
Summa				4/1/0

Kommentar: I och med att beräkningarna i punkt I och II är korrekta visas också gynnsamma utfall för mer än en efterfrågad sannolikhet. Ett resonemang om totalpoängen förs utifrån olika poängs sannolikheter.

Elevlösning 4

I Det finns 36 möjliga kombinationer och av dessa 36 är det bara 1 som går och det är ⚃ + ⚃ = −8. (4+4 = −8) eftersom det behövde vara två likadana för att det ska bli ett minustal.
Sannolikheten är 1 av 36 som är 0,0277 ≈ 2,8%
Svar: 1 av 36 ≈ 2,7% för att få −8.

II Det finns 36 möjliga kombinationer och av dessa 36 är det 6 som fungerar för att få ett minustal.
Sannolikheten är 6 av 36 $= \frac{6}{36} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \approx 1,666$
Svar: Sannolikheten är 1 av 6 för att få ett minustal.

III Det finns 36 möjliga kombinationer och av dessa 36 så är 10 rätt om man vill ha ett tal som är +1.
Svar: Sannolikheten är därför 10 av 36 ≈ 0,2777 ≈ 27,7%.

IV Det finns 36 möjliga kombinationer och av dessa 72 så är det 1 som är rätt om man vill, 2 som är möjliga.
Svar: Sannolikheten att få +10 är 2 av 72 $= \frac{1}{36} \approx 0,0277 = 2,7\%$

V Talet kommer gå mycket plus minus noll, eftersom det är en större sannolikhet att man får ett positivt tal men inte så högt och eftersom det negativa fördubblas så kommer resultatet ligga kring noll tror jag.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X X	X X		3/2/0
Redovisning	X			1/0/0
Summa				4/2/0

Kommentar: I lösningen beräknar eleven sannolikheten för +1 poäng.
Det matematiska språket är inte godtagbart och resonemanget för vad som händer med summan eller olika poängs sannolikhet är inte underbyggt.

Elevlösning 5

I $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ Svar: Sannolikheten att få −8 poäng är $\frac{1}{36}$.
(Samma sannolikhet för att få två fyror.)

II $\frac{\text{Tärning 1}}{1,2,3,4,5,6} = \frac{6}{6}$

$\frac{\text{Tärning 2}}{1/2/3/4/5/6} = \frac{1}{6}$

$\frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Förklaring: Tärning 1 spelar det ingen roll vad man får $\left(\frac{6}{6}\right)$, medan man måste få ett specifikt resultat på Tärning 2 $\left(\frac{1}{6}\right)$. Det gör att sannolikheten att få två av samma tal är $\frac{1}{6}$.

Svar: Det är $\frac{1}{6}$-dels chans att få minuspoäng.

III

T1		T2
1	+	2
1	+	3
1	+	4
1	+	5
1	+	6

$\underset{T1}{\frac{1}{6}} \cdot \underset{T2}{\frac{5}{6}} = \frac{5}{36}$

Svar: Sannolikheten att få precis +1 poäng är $\frac{5}{36}$.

IV
- Det högsta poänget man kan få på en omgång är +5 poäng, då 6+6 skulle bli minuspoäng (−12 poäng).
- För att sammanlagt få 10 poäng måste man alltså få +5 första omgången och +5 andra omgången.
- För att få +5 poäng på en omgång måste man få en 5:a och en 6:a.

T1		T2
⚄ $= \frac{1}{6}$	eller	⚅ $= \frac{1}{6}$
⚅ $= \frac{1}{6}$		⚄ $= \frac{1}{6}$

Kombination 1 $= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Kombination 2 $= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ Svar: Det är $\frac{1}{18}$-dels chans att man får +10 poäng efter de två omgångarna.

V Poäng man kan få:

1 $\boxed{1+1=-2}$
2 $1+2=+1$
3 $1+3=+1$
4 $1+4=+1$
5 $1+5=+1$
6 $1+6=+1$
7 $\boxed{2+2=-4}$
8 $2+3=+2$
9 $2+4=+2$
10 $2+5=+2$
11 $2+6=+2$
12 $\boxed{3+3=-6}$
13 $3+4=+3$
14 $3+5=+3$
15 $3+6=+3$
16 $\boxed{4+4=-8}$
17 $4+5=+4$
18 $4+6=+4$
19 $\boxed{5+5=-10}$
20 $5+6=+5$
21 $\boxed{6+6=-12}$

Sannolikheten att få minuspoäng på kast med 2 tärningar är $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

Sannolikheten att få	$+1p=\frac{5}{6}$
—— " ——	$+2p=\frac{4}{6}$
—— " ——	$+3p=\frac{3}{6}$
—— " ——	$+4p=\frac{2}{6}$
—— " ——	$+5p=\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{6}+\frac{5}{6}+\frac{4}{6}+\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$$

Svar: Om man spelar under en längre tid bör man få mer pluspoäng än minuspoäng. Chansen att man går plus är $\frac{8}{3}$ ggr så stor som att gå back.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X X	X		3/1/0
Redovisning	 X	X X		1/2/0
Summa				4/3/0

Kommentar: Det framgår inte i elevlösningen att eleven har beräknat sannolikheten för +5 poäng i en kastomgång, dock redovisas de två gynnsamma utfallen för en omgång i bild.

Elevlösning 6

I Vid kast med två tärningar existerar 36 möjliga utfall. Endast 1 av dessa utfall visar att tärningarna landar på 4 prickar vardera. Det enda sättet att få −8 poäng är genom kombinationen 4,4.
– Därför är $P(-8 \text{ poäng}) = \frac{1}{36} \approx 2{,}8\ \%$.
Utfallsrummet ritade jag upp så här:

6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6

II Det enda sättet att få minuspoäng är om tärningarna visar samma antal prickar.
Genom att använda föregående utfallsrum kan man leta efter kombinationerna som är lika varandra.
Det finns 6 antal kombinationer som visar samma siffror.
– $P(\text{minuspoäng}) = \frac{6}{36} \approx 16{,}7\ \%$.

III Det enda sättet att få +1 poäng är om det minsta antalet av en kombination är 1. Observera att jag inte räknar med 1,1 eftersom den kombinationen (då den är liksiffrig) ger minuspoäng.
Jag letar ännu en gång i utfallsrummet som jag ritat tidigare efter tal med oliksiffriga kombinationer där siffran 1 är en av siffrorna.
Jag hittar 10 sådana kombinationer.
$\rightarrow P(+1 \text{ poäng}) = \frac{10}{36} \approx 27{,}8\%$.

IV Först tar jag reda på vilka tal som ger 10 tillsammans.
$\cancel{(6+4)}$ $(5+5)$ $\cancel{(4+6)}$
Man måste addera resultaten på detta vis för att få talet 10, när man håller sig inom sifferramen av en tärning. Men det är omöjligt att få +6 poäng på ett kast. Det finns inget högre tal än 6 på en tärning. Får man två sexor blir det minuspoäng. Därför stryker jag två av alternativen. Då är det återstående resultatet (5+5) det enda sättet att få +10 på. Chansen att få det en gån är: $P(6{,}5 \text{ eller } 5{,}6) = \frac{2}{36}$. Sannolikheten att få det två gånger är då produkten av två sådana händelser, alltså: $\frac{2}{36} \cdot \frac{2}{36} \approx 0{,}3\%$.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X X	X X	X	3/2/1
Redovisning	X	X	X	1/1/1
Summa				4/3/2

Kommentar: Lösningen omfattar deluppgift IV, redovisningen är lätt att följa då beräkningarna utgår från redovisat utfallsrum. Korrekta symboler används.

Elevlösning 7

I $6 \cdot 6 = 36$ $\quad \frac{36}{2} = 18$ $\quad$ Svar: P(att få -8) $= \frac{1}{18}$

II $6 + 6 = 12$ $\quad \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ $\quad$ Svar: P(minuspoäng) $= \frac{1}{3}$

III De olika matchningar man kan få med minst en 1:a är 11 stycken men varav en av dem är 1,1 vilket skulle ge minuspoäng. $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ $\quad$ Svar: P(+1) $= \frac{5}{18}$

IV För att få totalt +10 poäng efter två kast i spelet så måste man få +5 poäng i första kastet och det får man om man slår 5,6 eller 6,5 det är alltså $\frac{2}{36}$ $\left(\frac{1}{18}\right)$ att man får +5 efter första. P(+10 vid två kast) $= \frac{1}{18} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1 \cdot 1}{18 \cdot 18} = \frac{1}{324}$

Svar: P(+10 vid två kast) $= \frac{1}{324}$

V Om vi säger att resultatet av spelet håller sig exakt till sannolikheten så skulle resultatet bli: $(10 \cdot 1) + (8 \cdot 2) + (6 \cdot 3) + (4 \cdot 4) + (2 \cdot 5) + 1 \cdot (-2) + 1 \cdot (-4) + 1 \cdot (-6) + 1 \cdot (-8) + 1 \cdot (-10) + 1 \cdot (-12) = 28$

Totalpoängen kommer alltså att öka hela tiden.

+28 blir resultatet efter 36 kast om resultatet håller sig exakt till sannolikheten men i verkligheten skulle det förmodligen inte vara 28 exakt men något liknande.

Svar: Slutsatsen blir att totalpoängen kommer att öka vid spelets gång.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X	X	3/2/2
	X			
	X	X	X	
Redovisning		X	X	1/2/1
	X	X		
Summa				4/4/3

Kommentar: I elevlösningen visas korrekta sannolikhetsberäkningar i punkt III och IV. Genomsnittspoäng för 36 kast beräknas. Beräkningarna motiveras i punkten IV, men inte i övriga punkter vilket gör att lösningen inte är lätt att följa.

Elevlösning 8

	+1	+2	+3	+4	+5		−
6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6	
5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	+5
4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4	+4
3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	+3
2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2	+2
1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1	+1
	1	2	3	4	5	6	

1. Det enda sättet att få −8 är 4,4

   $P(4,4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

2. För att få minus måste båda tärningarna visa samma.

   $P(\text{samma}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

   $P(\text{negativt}) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36}$

3. Alla kast med en etta förutom 1,1 ger +1p.

   $P(\text{en etta}) = \frac{10}{36}$

4. Det enda sättet att få +10 är att få en femma och en sexa två gånger i rad.

   $P(+5) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$

   $P(\text{två} +5) = \frac{2}{36} \cdot \frac{2}{36} = \frac{1}{324}$

5.

	3	5	6	6	5	3
6	1	2	3	4	5	-12
5	1	2	3	4	-10	5
4	1	2	3	-8	4	4
3	1	2	-6	3	3	3
2	1	-4	2	2	2	2
1	-2	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	5	6

poäng för varje kast

Genomsnittlig poäng per kast:

$3+5+6+6+5+3=28$

$\frac{28}{36} = 0,7778...$

för varje kast får man + 0,7778...
poäng i genomsnitt

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X X	X X	X X	3/2/2
Redovisning	 X	X X	X X	1/2/2
Summa				4/4/4