

<b>Delprov B</b>	Uppgift 1–9. Endast svar krävs.
<b>Delprov C</b>	Uppgift 10–15. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 53 poäng varav 22 E-, 18 C- och 13 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå

B: 36 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 42 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. En rät linje har ekvationen  $y = 3x + 2$

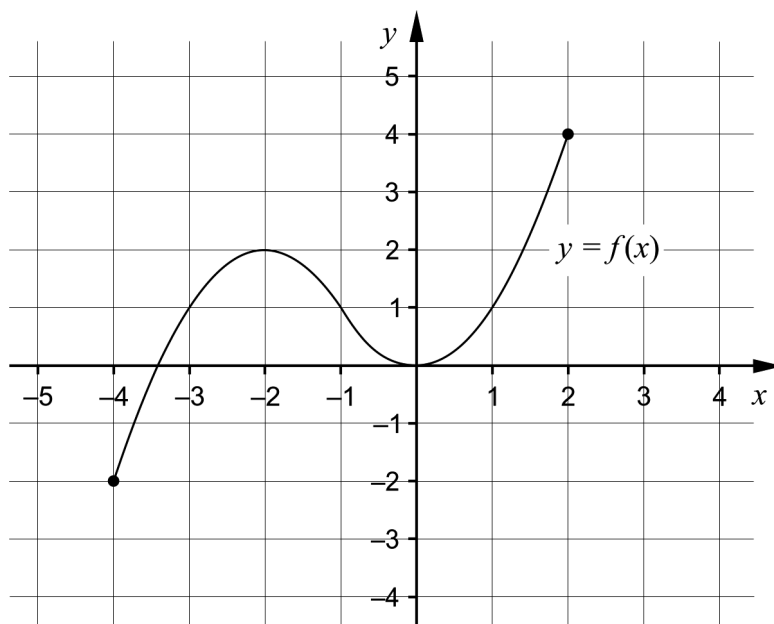
a) Ange koordinaterna för en punkt som ligger på linjen.

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Ange ekvationen för en annan rät linje som är parallell med linjen  $y = 3x + 2$

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Figuren visar grafen till en funktion  $f$ , där  $y = f(x)$ .



Ett av alternativen A–F visar funktionens definitionsmängd. Vilket?

A.  $-2 \leq x \leq 0$

B.  $-2 \leq x \leq 4$

C.  $-4 \leq x \leq 2$

D.  $0 \leq y \leq 2$

E.  $-2 \leq y \leq 4$

F.  $-4 \leq y \leq 2$

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. Andragradsekvationen  $x^2 - a = 0$  har lösningarna  $x_1 = 5$  och  $x_2 = -5$

Bestäm värdet på  $a$ . \_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. Tuva är medlem i Strömbäcks Kajakklubb. Medlemskapet kostar 350 kr per säsong och då får hon hyra en kajak för 125 kr per dygn.



- a) Ange ett samband på formen  $y = kx + m$  för den totala kostnaden  $y$  kronor för att hyra en kajak  $x$  dygn under en säsong.

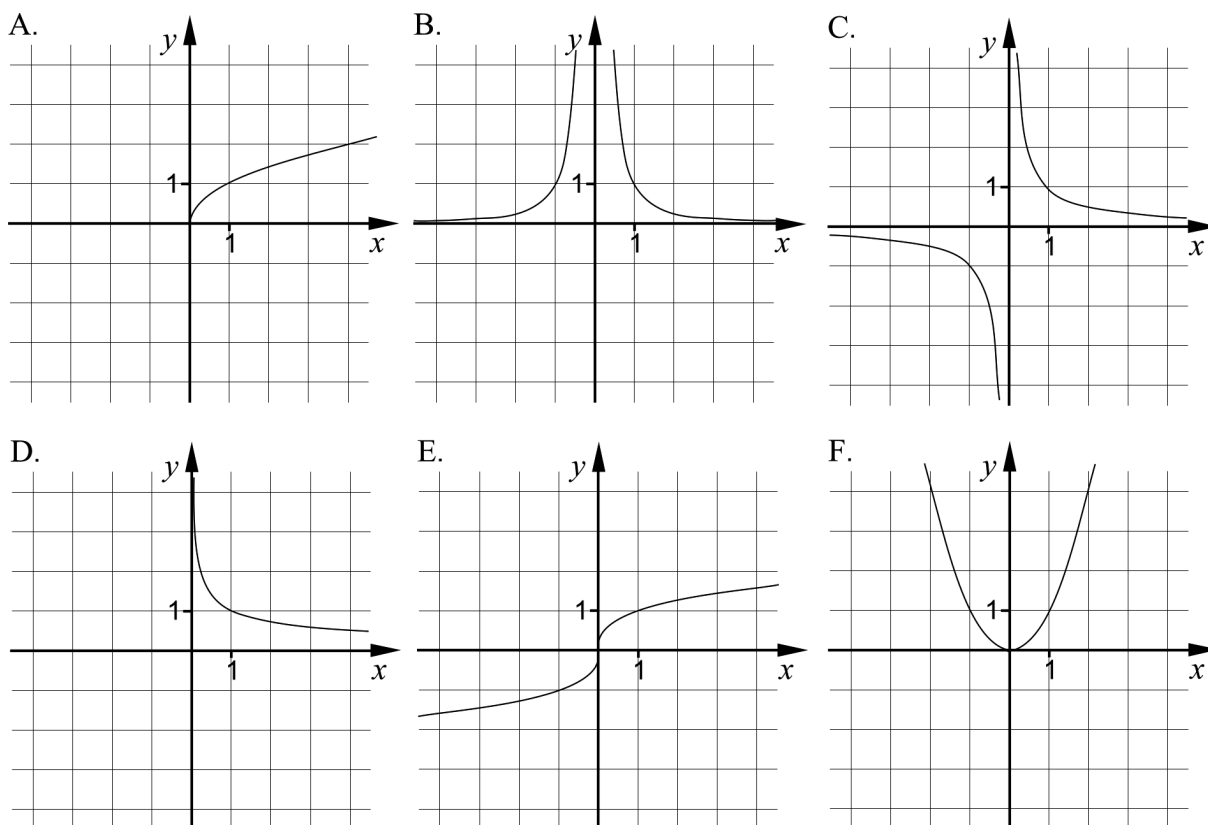
\_\_\_\_\_ (1/0/0)

Under en säsong betalade Tuva totalt 850 kr.

- b) Hur många dygn hyrde Tuva en kajak under säsongen?

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

5. Figurena A–F visar grafer till sex olika potensfunktioner.



a) Vilken av figurena visar grafen till  $y = \frac{1}{x^{0,5}}$ ? \_\_\_\_\_ (0/1/0)

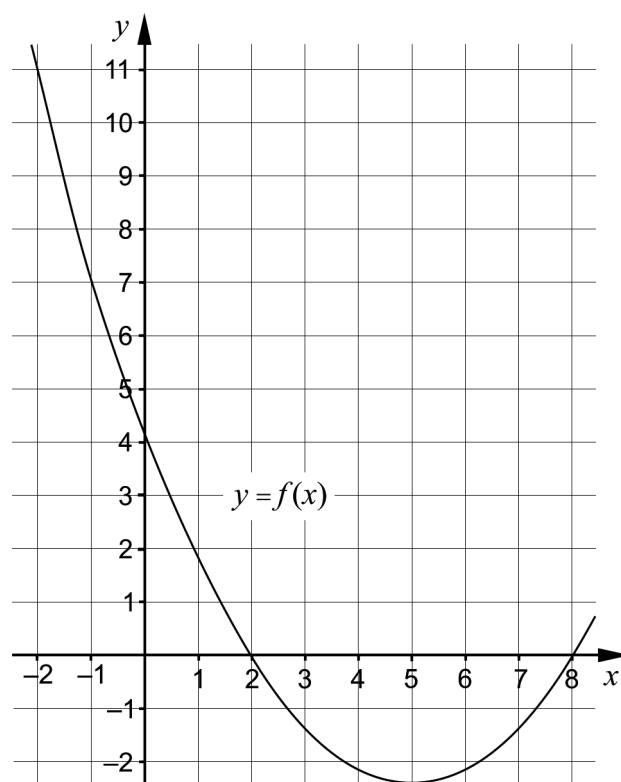
b) Skriv om funktionen  $y = \frac{1}{x^{0,5}}$  på formen  $y = C \cdot x^a$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a)  $x^5 = 3$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $\left(1 + \frac{x}{100}\right)^{\frac{1}{3}} = 2$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. Figuren visar en del av grafen till en andragradsfunktion  $f$ , där  $y = f(x)$ .



- a) Ange funktionens nollställen. \_\_\_\_\_ (1/0/0)
- b) Bestäm  $f(11)$ . \_\_\_\_\_ (0/1/0)
- c) Lös ekvationen  $f(x+1) = -1$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)
8. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

$$\left(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-1}\right)\left(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1}\right) \quad \text{_____} \quad (0/0/1)$$

9. Det finns oändligt många linjer  $y = f(x)$  som skär  $x$ -axeln då  $x = 4$ . Det går att bilda andragradsfunktioner  $g$  sådana att  $g(x) = x \cdot f(x)$ . Graferna till samtliga sådana andragradsfunktioner  $g$  går genom två gemensamma punkter.

Ange koordinaterna för de två gemensamma punkterna.

\_\_\_\_\_ (0/0/2)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

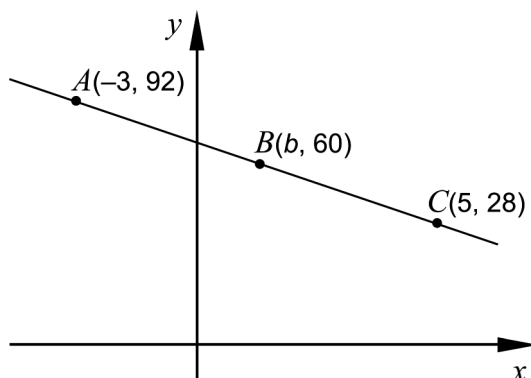
10. Karin har fått i uppgift att lösa ekvationssystemet  $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

Hon börjar med att lösa ut  $y$  ur båda ekvationerna och skriver om ekvationssystemet till:

$$\begin{cases} y = -1,5x + 7 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$$

- a) Har Karin löst ut  $y$  på ett korrekt sätt ur de båda ekvationerna? Motivera ditt svar. (1/0/0)
- b) Lös ekvationssystemet  $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$  med algebraisk metod. (2/0/0)
11. Lös ekvationerna med algebraisk metod. Svara exakt.
- a)  $x^2 - 8x + 7 = 0$  (2/0/0)
- b)  $(x - 4)^2 = 2(x - 4)$  (0/2/0)
- c)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$  (0/0/2)

12. Figuren visar en rät linje som går genom punkterna  $A(-3, 92)$ ,  $B(b, 60)$  och  $C(5, 28)$ .



Bestäm  $x$ -koordinaten  $b$  för punkten  $B$ . (2/1/0)

13. För en funktion  $A$  gäller att  $A(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 30x$

- a) Har funktionen  $A$  ett maximum? Motivera ditt svar. (0/1/0)
- b) Bestäm koordinaterna för funktionens maximi-/minimipunkt. (0/2/0)

14. En funktion  $f$  kan skrivas på formen  $f(x) = kx + m$  där  $k$  och  $m$  är konstanter. Undersök vilka värden  $k$  och  $m$  kan ha för att likheten  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  ska gälla för alla värden på  $a$  och  $b$ . (0/1/1)

15. a) Lös ekvationen och svara exakt.

$$(x^3 - 5)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{10}} \quad (0/0/1)$$

b) I vilket av följande intervall A–F finns lösningen till ekvationen

$$(x^3 - 5)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{10}} ? \text{ Motivera ditt svar.} \quad (0/0/2)$$

- A.  $0,5 \leq x < 1$
- B.  $1 \leq x < 1,5$
- C.  $1,5 \leq x < 2$
- D.  $2 \leq x < 2,5$
- E.  $2,5 \leq x < 3$
- F.  $3 \leq x < 3,5$

<b>Delprov D</b>	Uppgift 16–22. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter.
<b>Hjälpmedel</b>	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 53 poäng varav 22 E-, 18 C- och 13 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå

B: 36 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 42 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_



**Delprov D:** Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Bestäm ekvationerna för två olika räta linjer som skär varandra i punkten  $(1, 4)$ . (2/0/0)

17. Sandor tänker starta ett företag där han ska baka och sälja makroner.



Han utgår från att kunna sälja alla makroner han bakar om han säljer dem för 5 kronor per styck. Vid försäljning av  $x$  stycken makroner får Sandor in  $P$  kronor.

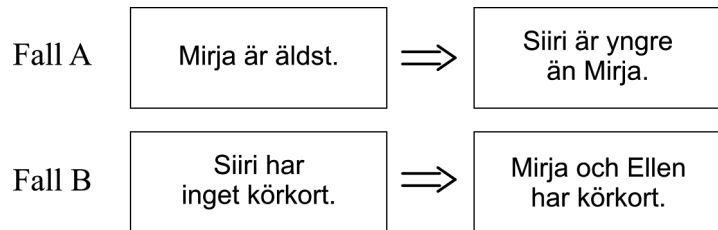
- a) Ställ upp ett samband för  $P$  som funktion av  $x$ .

*Endast svar krävs* (1/0/0)

När Sandor startar sitt företag måste han köpa bakutrustning för 510 kronor. Ingredienserna till varje makron kostar 1,50 kr. Funktionen  $K(x) = 1,5x + 510$  beskriver den totala tillverkningskostnaden  $K$  kronor vid tillverkning av  $x$  stycken makroner.

- b) Bestäm hur många makroner Sandor minst måste sälja för att gå med vinst. (2/0/0)

18. Siiri, Ellen och Mirja är kompisar. Fall A och fall B handlar om de tre kompisarna. Den vänstra utsagan är sann för fall A och fall B.



Ange både för fall A och för fall B om implikationen  $\Rightarrow$  mellan utsagorna gäller.

Motivera ditt svar både för fall A och för fall B.

(2/0/0)

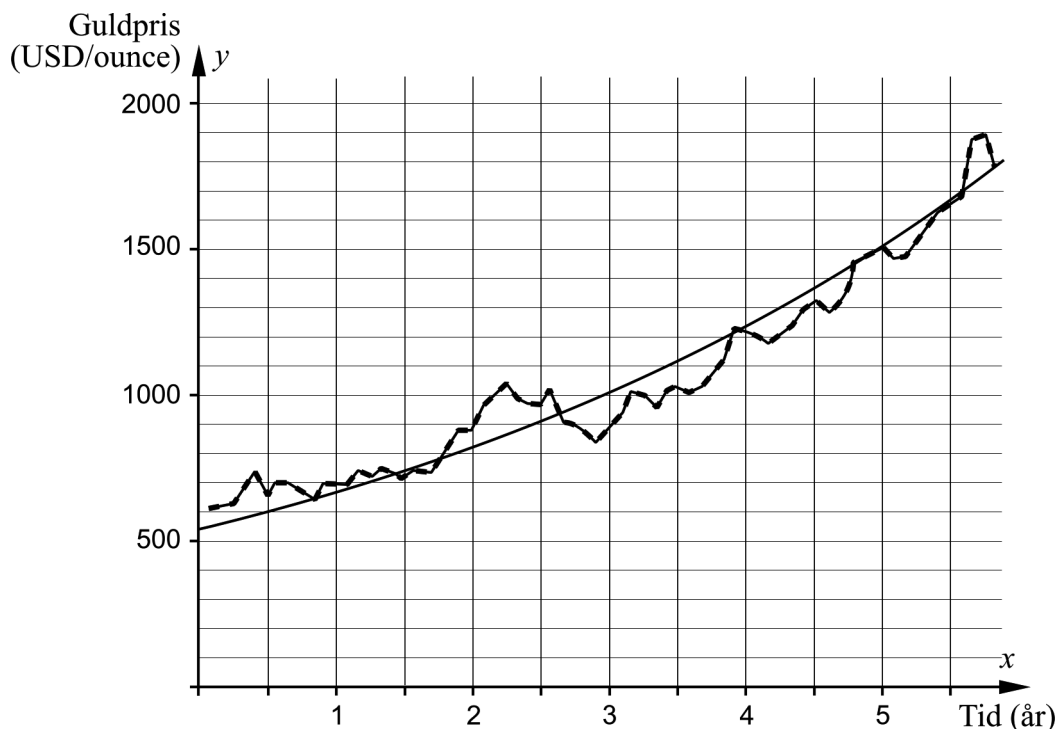
19. Albin börjar det nya året med att simma en gång i veckan. Varje vecka ökar han distansen med 50 m. Vecka 19 simmade han tre gånger så långt som han simmade vecka 1.



Bestäm hur långt Albin simmade vecka 19.

(0/2/0)



20. Diagrammet visar prisutvecklingen på guld och grafen till en exponentialfunktion som har anpassats till värdena. På  $x$ -axeln visas tiden i år efter den 1 januari år 2006 och på  $y$ -axeln visas guldpriset i USD/ounce.



Bestäm den anpassade exponentialfunktionen.

(0/2/0)

21. Sanna tillverkar armband av renskinn, tenntråd och silverkulor. Hon gör två olika typer av armband, se tabell.

Typ av armband	Materialåtgång	Total materialkostnad
 Armband med fyrfläta	550 cm tenntråd 25 cm renskinnsband	110,50 kr
 Dubbelarmband med enkelfläta och silverkulor	350 cm tenntråd 50 cm renskinnsband 20 silverkulor	146 kr

Silverkulorna kostar 3 kr/styck. Beräkna kostnaden i kr/m för tenntråd och kostnaden i kr/m för renskinnsband.

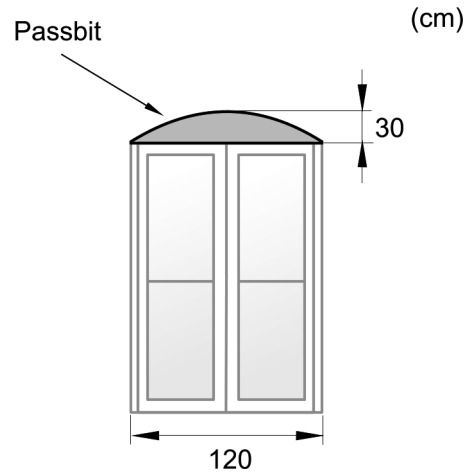
(0/3/0)

22. Vid fönsterbyte i ett gammalt tegelhus behövs det passbitar av trä ovanför de rektangulära fönstren. Passbitarnas övre kant har samma form som grafen till en andragsfunktion, se figur 1.

En passbit har bredden 120 cm och största höjden 30 cm, se figur 2.



Figur 1



Figur 2

Snickerfirman som ska tillverka passbitarna av trä vill bestämma en andragsfunktion för att kunna göra en modell för passbiten.

Bestäm en andragsfunktion som beskriver passbitens övre kant.

(0/0/3)

# Innehållsförteckning

Inledning.....	3
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a....	4
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	4
Bedömningsmodeller.....	4
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga.....	5
2. Bedömningsanvisningar.....	7
Läsanvisning.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov D.....	10
3. Exempel på bedömda elevlösningar.....	13
Uppgift 10.a.....	13
Uppgift 11.a.....	14
Uppgift 11.b.....	14
Uppgift 11.c.....	15
Uppgift 12.....	16
Uppgift 13.a.....	18
Uppgift 14.....	19
Uppgift 15.b.....	21
Uppgift 16.....	21
Uppgift 17.b.....	22
Uppgift 18.....	23
Uppgift 19.....	24
Uppgift 20.....	25
Uppgift 21.....	26
Uppgift 22.....	29
4. Instruktioner för sammanvägning till ett provbetyg.....	31
Sammanvägning till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2a.....	31
Resultaten på provet i relation till kursbetyget.....	31
5. Kopieringsunderlag och webbmaterial.....	32
Övrigt webbmaterial.....	32
Sammanställning av elevresultat.....	33
Provsammanställning – Kunskapskrav.....	35
Provsammanställning – Centralt innehåll.....	36
Centralt innehåll Matematik 2a.....	37

## Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2a. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 5).

# 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumentet som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E<sub>PL</sub> och A<sub>R</sub> ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknfel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

## Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E <sub>P</sub>
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E <sub>P</sub>

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfaller. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

## Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E <sub>P</sub>
med korrekt bestämning av...	+1 E <sub>P</sub>
Godtagbar verifiering av...	+1 E <sub>P</sub>

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.*

## Modell 3:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> och 1 C <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> , 1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

## Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.



För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\quad}, \sqrt[n]{\quad}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, ( ), \%, \{, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow,$ VL, HL
Termer	t.ex. $x$ -led, $y$ -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvations-system, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

## 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

### Läsanvisning


*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

### Instruktioner för bedömning av delprov B

- |           |  |                    |
|-----------|--|--------------------|
| <b>1.</b> |  | <b>Max 2/0/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar (t.ex. (0, 2))            | +1 E <sub>P</sub>  |
| b)        | Korrekt svar (t.ex. $y = 3x + 3$ )     | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>2.</b> |  | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar (C: $-4 \leq x \leq 2$ )  | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>3.</b> |  | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar (25)                      | +1 E <sub>PL</sub> |
| <b>4.</b> |  | <b>Max 2/0/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar ( $y = 350 + 125x$ )      | +1 E <sub>M</sub>  |
| b)        | Korrekt svar (4)                       | +1 E <sub>M</sub>  |
| <b>5.</b> |  | <b>Max 0/2/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar (D)                       | +1 C <sub>B</sub>  |
| b)        | Korrekt svar ( $y = x^{-0,5}$ )        | +1 C <sub>P</sub>  |
| <b>6.</b> |  | <b>Max 1/1/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar ( $x = 3^{\frac{1}{5}}$ ) | +1 E <sub>P</sub>  |
| b)        | Korrekt svar ( $x = 700$ )             | +1 C <sub>P</sub>  |

7. **Max 1/1/1**
- a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $x_1 = 2$  och  $x_2 = 8$ ) +1 E<sub>B</sub>
- Kommentar:* Svar som innehåller både  $x$ - och  $y$ -koordinater t.ex. (2, 0) och (8, 0) ges noll poäng.
- b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (7) +1 C<sub>B</sub>
- c) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $x_1 = 1,7$  och  $x_2 = 6,3$ ) +1 A<sub>B</sub>
8. **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (2) +1 A<sub>P</sub>
9. **Max 0/0/2**
- Anger koordinaterna för minst en korrekt punkt +1 A<sub>PL</sub>  
 med korrekt svar ((0, 0) och (4, 0)) +1 A<sub>PL</sub>

### Instruktioner för bedömning av delprov C

10. **Max 3/0/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Nej, det borde stå  $-7$  i den andra ekvationen.”) +1 E<sub>R</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- b) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 4, y = 1$ ) +1 E<sub>P</sub>

11.

Max 2/2/2

- a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 1, x_2 = 7$ ) +1 E<sub>P</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till  $x^2 - 10x + 24 = 0$  +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 4, x_2 = 6$ ) +1 C<sub>P</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- c) Godtagbar ansats, visar insikt om att  $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$  eller förenklar ekvationen  
 till  $8 = \frac{1}{x^3}$  +1 A<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = \frac{1}{2}$ ) +1 A<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



12.

Max 2/1/0

- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer linjens lutning,  $-8$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1) +1 E<sub>PL</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



13.

Max 0/3/0

- a) Korrekt svar med en godtagbar motivering (t.ex. ”Ja, eftersom  $x^2$ -termen är negativ.”) +1 C<sub>B</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer maximipunktens  $x$ -koordinat, 10 +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (10, 150) +1 C<sub>P</sub>

14.

Max 0/1/1

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang, kommer utifrån ett eller flera specifall eller utifrån ett generellt resonemang fram till att $m = 0$ <i>eller</i> att $k$ kan ha vilket värde som helst.  1 C <sub>R</sub>	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, kommer utifrån ett generellt resonemang fram till att $m = 0$ <i>och</i> att $k$ kan ha vilket värde som helst.  1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



15.

Max 0/0/3

- a) Godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 7^{\frac{1}{3}}$ ) +1 A<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar (C:  $1,5 \leq x < 2$ ) +1 A<sub>B</sub>
- med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som styrker att alternativ C är korrekt +1 A<sub>R</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



## Instruktioner för bedömning av delprov D

16.

Max 2/0/0

- Godtagbar ansats, bestämmer en linje som går genom punkten (1, 4) +1 E<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex.  $y = x + 3$  och  $y = 2x + 2$ ) +1 E<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*







17.

Max 3/0/0

- a) Korrekt svar ( $P(x) = 5x$ ) +1 E<sub>M</sub>
- Kommentar:* Även svaret  $P = 5x$  anses vara korrekt.
- b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen  $5x = 1,5x + 510$  +1 E<sub>M</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (146 makroner) +1 E<sub>M</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- 18.** **Max 2/0/0**
- Godtagbart enkelt resonemang där minst ett av fallen är godtagbart motiverat +1 E<sub>R</sub>
- med fortsatt godtagbart enkelt resonemang där båda fallen är godtagbart motiverade +1 E<sub>R</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 19.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation,  $x + 18 \cdot 50 = 3x$  +1 C<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1350 m) +1 C<sub>PL</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 20.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, väljer exponentialfunktion av typen  $y = C \cdot a^x$  och bestämmer  $C$
- eller
- ställer upp en godtagbar ekvation för bestämning av  $a$ , t.ex.
- $$1500 = 600 \cdot \frac{a^5}{a^{0,5}} \quad \text{+1 C}_M$$
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex.  $y = 542 \cdot 1,23^x$ ) +1 C<sub>M</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 21.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C<sub>M</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ("Renskinns kostar 46 kr/m och tenntråd 18 kr/m.") +1 C<sub>M</sub>
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C<sub>K</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 

22.

Max 0/0/3

- Godtagbar ansats, bestämmer maximipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 A<sub>M</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade koordinatsystemet (t.ex.  $y = -\frac{1}{120}x^2 + x$ ) +1 A<sub>M</sub>
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



### 3. Exempel på bedömda elevlösningar

#### Uppgift 10.a

##### Elevlösningsexempel 10.a.1 (0 poäng)

a) Nej, Karin har skrivit om den andra ekvationen fel.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett svar där det inte framgår var i den andra ekvationen som Karin gjort fel och därmed anses inte kraven för en resonemangs-poäng på E-nivå vara uppfyllda.

##### Elevlösningsexempel 10.a.2 (0 poäng)

Karin har inte löst ut  $y$  korrekt ur ekvationerna. Det hon glömmet på ekvation 2 är att flytta över sjuan så att den blir negativ och  $y$  blir själv på den sidan.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett resonemang där det varken framgår på vilken sida  $y$  finns eller vilket tecken  $y$  har efter att "sjuan" har flyttats över. Därmed anses inte kraven för resonemangs-poäng på E-nivå vara uppfyllda.

##### Elevlösningsexempel 10.a.3 (1 ER)

Svar: Nej, hon glömde att när man byter sida om = tecknet byter det också tecken, alltså den positiva sjuan i andra ekvationen blir negativ.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller ett godtagbart enkelt resonemang om vilket fel Karin gjorde i sin lösning av ekvationssystemet. Lösningen ges en resonemangs-poäng på E-nivå.



## Uppgift 11.a

## Elevlösningsexempel 11.a.1 (0 poäng)

$$\begin{aligned}
 a) \quad x^2 - 8x + 7 &= 0 \\
 x &= -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 7} \\
 x &= -4 \pm \sqrt{16 - 7} \\
 x &= -4 \pm 3 \qquad \text{Svar: } x_1 = -7 \text{ och } x_2 = -1
 \end{aligned}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

## Uppgift 11.b

## Elevlösningsexempel 11.b.1 (0 poäng)

$$\begin{aligned}
 (x-4)^2 &= 2(x-4) \\
 x-4 &= 2 \\
 x &= 6
 \end{aligned}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en förkortning med  $(x-4)$  vilket leder till att en lösning försvinner. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats och ges noll poäng.

## Uppgift 11.c

## Elevlösningsexempel 11.c.1 (0 poäng)

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$$

$$\left(\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{4}{8} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

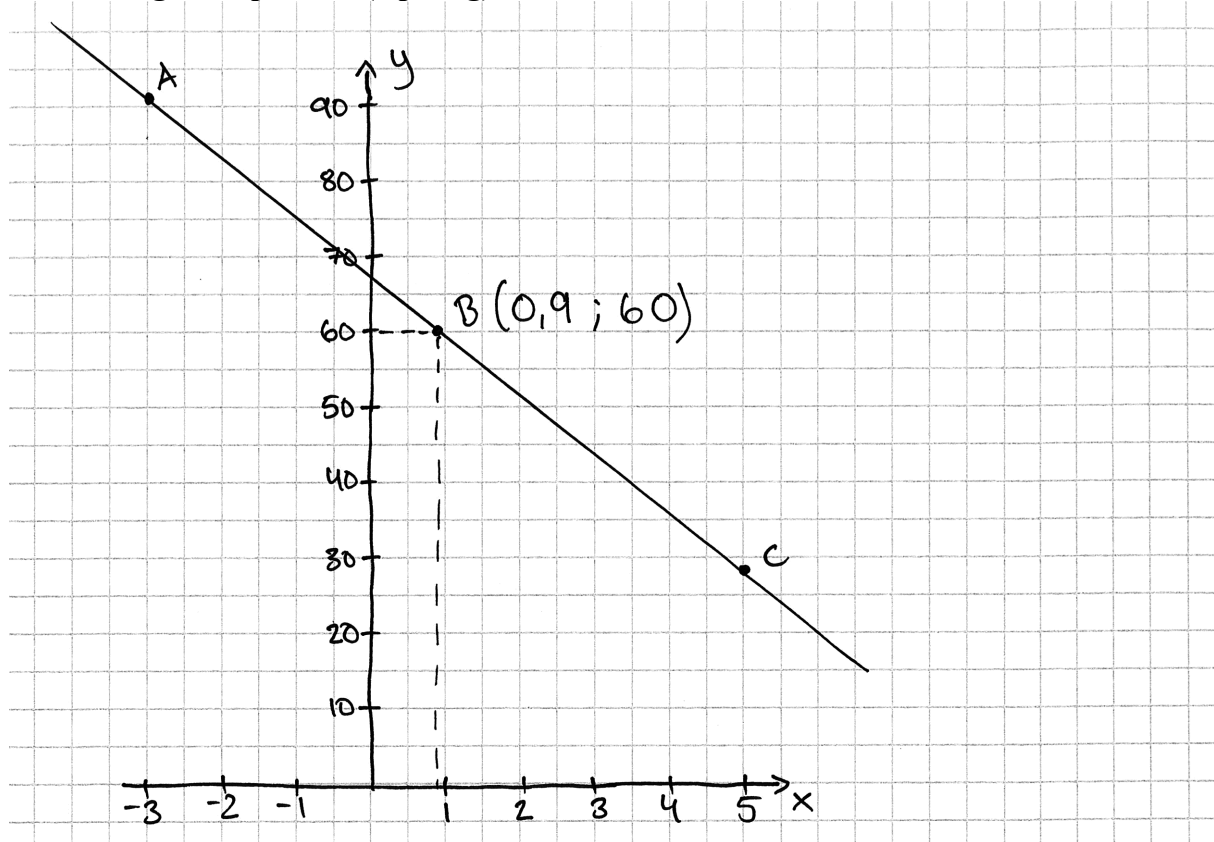
$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\underline{\text{Svar}} = x = 0,5$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en felaktig metod där båda leden kvadreras. Beräkningarna som följer är felaktiga och trots ett korrekt svar ges lösningen noll poäng.

## Uppgift 12

## Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)



*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en grafisk bestämning av  $x$ -koordinaten för punkten  $B$ . Eftersom koordinatsystemets noggrannhet inte är tillräcklig för att ett korrekt svar ska kunna avläsas uppfylls inte kraven för ansatspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (2 E<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$$\frac{92 - 28}{-3 - 5} = \frac{64}{-8} = -8$$

$$y = kx + m$$

$$92 = -8 \cdot (-3) + m$$

$$m = 68$$

$$60 = -8 \cdot x + 68$$

$$-8 = -8x$$

$$x = 1$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en korrekt bestämning av  $x$ -koordinaten för punkten  $B$ . När det gäller kommunikation innehåller lösningen vissa brister. T.ex. saknas förklaringar till vad som beräknas på rad 1 och beräkningarna är något knapphändigt redovisade. Trots dessa brister anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

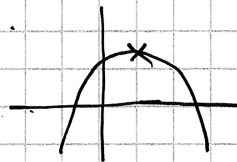
## Uppgift 13.a

## Elevlösningsexempel 13.a.1 (0 poäng)

$$A(x) = -\frac{3x^2}{2} + 20x$$

Svar: Ja, eftersom att det är en andragradsfunktion " $(x^2)$ ". Dessa funktioner är böjda i en båge.

I detta fall är funktionen negativ och detta gör så att bågen blir böjd neråt, vilket ger ett maximum värde.



*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller inte en godtagbar motivering eftersom det inte framgår att det är koefficienten för  $x^2$ -termen som är negativ. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för begrepps-poängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13.a.2 (1 C<sub>B</sub>)

Ja, en maximum eftersom den har en negativ andragradsterm vilket gör att den stiger nedåt i koordinatsystemet.

Elevlösningsexempel 13.a.3 (1 C<sub>B</sub>)

Ja, negativt  $x^2$  värde ger ekvationen en maximipunkt

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösning 2 och 3 innehåller en godtagbar motivering till att funktionen  $A$  har ett maximum. Trots att felaktig terminologi förekommer i svaren är motiveringarna kopplade till  $x^2$ -termens tecken vilket anses tillräckligt för att kraven för begrepps-poängen på C-nivå ska vara uppfyllda.

## Uppgift 14

## Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$$k(a+b) + m = (ka+m) + (kb+m)$$

$m$  ska för enkelheten vara 0 för annars måste man ta med det i beräkningarna också.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt svar för konstanten  $m$  men saknar välgrundat resonemang till varför  $m = 0$  och därmed anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 14.2 (1 CR)

$$f(a+b) = f(a) + f(b)$$

$$k(a+b) + m = k \cdot a + m + k \cdot b + m$$

$$k(a+b) + m = ka + kb + 2m$$

$$a = 1 \quad b = 2$$

$$k \cdot (1+2) + m = k \cdot 1 + m + k \cdot 2 + m$$

$$k \cdot 3 + m = k \cdot 1 + m + k \cdot 2 + m$$

$$3k + m = 3k + 2m$$

$$3k = 3k + m$$

$$m = 0$$

Svar:  $k = \text{alla tal}$  och  $m = 0$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja. Resonemanget bygger dock på ett enda specialfall och anses därmed nätt och jämnt vara välgrundat. Motiveringen till  $m = 0$  anses vara godtagbar men motivering till varför  $k$  kan vara "alla tal" saknas. Elevlösningen anses därmed uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå men inte för resonemangspoäng på A-nivå.

## Elevlösningsexempel 14.3 (1 CR)

$$f(x) = kx + m$$

$$f(a+b) = k(a+b) + m = ka + kb + m$$

$$f(a) = ka + m$$

$$f(b) = kb + m$$

$$f(a) + f(b) = ka + m + kb + m = ka + kb + 2m$$

Om  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  är  $m=0$  då  $m=2m$   
 $k$  samma i båda, spelar ingen roll

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja med en välgrundad motivering för  $m=0$ . Trots att insikt visas i att konstanten  $k$  är "samma i båda, spelar ingen roll" anses inte detta motsvara ett välgrundat och nyanserat resonemang eftersom det inte tydligt framgår att  $k$  kan anta vilket värde som helst. I och med detta anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på A-nivå.

## Elevlösningsexempel 14.4 (1 CR och 1 AR)

$$f(x) = kx + m$$

$$f(a+b) = f(a) + f(b)$$

$$ka + kb + m = ka + m + kb + m$$

$$k(a+b) + m = ka + m + kb + m$$

$$\cancel{ka} + \cancel{kb} + m = \cancel{ka} + \cancel{kb} + m + m$$

$$m = m + m$$

$$m - m = m + m - m$$

$$0 = m$$

Svar:  $m$  ska vara 0

och  $k$  kan vara vad

som helst eftersom den

försvinner.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett generellt matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja som leder till en korrekt slutsats. Redovisningen är inte helt tydlig men resonemanget anses ändå vara välgrundat och nyanserat i och med den motivering som finns i svaret. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en resonemangspoäng på A-nivå.

## Uppgift 15.b

Elevlösningsexempel 15.b.1 (1 A<sub>B</sub>)

$$\sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8} \text{ alltså } < 2$$

$$\text{Svar: C: } 1,5 \leq x < 2$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt svar. Förklaringen som leder fram till svaret anses dock inte välgrundad och nyanserad i och med att intervalllets nedre gräns inte undersöks. Därmed uppfylls inte kraven för resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 15.b.2 (1 A<sub>B</sub> och 1 A<sub>R</sub>)

$$\sqrt[3]{7} \text{ måste vara mindre än } \sqrt[3]{8}$$

$$\text{alltså mindre än } 2$$

$$\text{Nedre gräns } 1,5^3 = 3,375$$

$$7 > 3,375$$

$$\text{då måste } \sqrt[3]{7} > 1,5$$

$$\text{Svar: C är rätt } 1,5 \leq x < 2$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller förutom ett korrekt angivet intervall en förklaring till varför detta intervall är det korrekta. Det framgår av lösningen vad  $\sqrt[3]{7}$  borde vara i och med jämförelsen med såväl  $\sqrt[3]{8}$  som 1,5. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för resonemangspoäng på A-nivå.

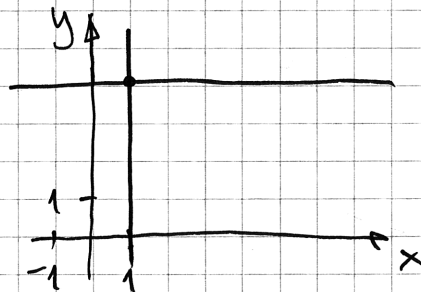
## Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (2 E<sub>PL</sub>)

$$(1, 4)$$

$$y = 4$$

$$x = 1$$



*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en grafisk lösning med två korrekt angivna ekvationer. Lösningen ges båda problemlösningspoängen på E-nivå.



## Uppgift 17.b

Elevlösningsexempel 17.b.1 (1 E<sub>M</sub>)

Sandor har kostnader för utrustning och ingredienser.

Utrustning: 510 kr    Ingredienser/makron: 1,50 kr

Funktionen:  $K(x) = 1,5x + 510$

För att Sandor ska gå med vinst måste han sälja så många makroner att han får in mer pengar än han gett ut.

Svar: För att Sandor ska gå med vinst måste han minst sälja 146 st.

$$K(146) = 1,5 \cdot 146 + 510 = 729 \text{ kr}$$

$$146 \cdot 5 = 730 \text{ kr}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en prövning där det framgår att Sandor får in 730 kr för 146 sålda makroner och att detta är mer än tillverkningskostnaden. Detta anses motsvara en godtagbar ansats men verifiering saknas för att det är det minsta antalet makroner som han ska sälja för att gå med vinst. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 17.b.2 (2 E<sub>M</sub>)

$$3,5x = 510$$

$$x \approx 146$$

Svar: För att gå med vinst måste Sandor sälja 146 makroner.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en knapphändig men korrekt lösning som ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

## Uppgift 18

## Elevlösningsexempel 18.1 (0 poäng)

Fall A stämmer eftersom om Siiri är yngre än Mirja så måste Mirja vara äldst.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen ger det korrekta svaret att Fall A stämmer men resonemanget är felaktigt då det utgår ifrån den högra utsagan istället för den vänstra. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

## Elevlösningsexempel 18.2 (2 ER)

Fall A: Sant! Om Mirja är äldst måste Siiri vara yngre än Mirja.

Fall B: Falskt! Vi vet inte om Mirja och Ellen har körkort.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt enkelt resonemang för Fall A. Resonemanget i Fall B anses godtagbart då eleven motiverat att det inte går att avgöra om Mirja och Ellen har körkort även om svaret falskt är felaktigt. Elevlösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för två resonemangspoäng på E-nivå.

## Elevlösningsexempel 18.3 (2 ER)

Implikationen stämmer i Fall A. Om Siiri ska vara yngre än Mirja måste vänstra utsagan säga det och det gör den eftersom den säger att Mirja är äldst.

I Fall B vet vi inte om implikationen stämmer eller inte. Den kan göra det eller den kan inte göra det men vänstra utsagan ger ingen information om det.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar två korrekta enkla resonemang som leder till rätt slutsats i de båda fallen och därmed anses kraven för de två resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda.

## Uppgift 19

## Elevlösningsexempel 19.1 (0 poäng)

$$v. 1 \quad 450 \text{ m}$$

$$450 \text{ m} \cdot 3 = 1350 \text{ m}$$

$v. 1 = 450$	$v. 11 = 950$
$v. 2 = 500$	$v. 12 = 1000$
$v. 3 = 550$	$v. 13 = 1050$
$v. 4 = 600$	$v. 14 = 1100$
$v. 5 = 650$	$v. 15 = 1150$
$v. 6 = 700$	$v. 16 = 1200$
$v. 7 = 750$	$v. 17 = 1250$
$v. 8 = 800$	$v. 18 = 1300$
$v. 9 = 850$	$v. 19 = 1350$
$v. 10 = 900$	

Svar: Vecka 19 simmar Albin  
1350 m.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en beräkning som bygger på att Albin simmade 450 m den första veckan. Eftersom detta antagande inte är underbyggt med några beräkningar anses ansatsen inte vara godtagbar och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 19.2 (1 C<sub>PL</sub>)

$$18 \cdot 50 = 900$$

$$x + 900 = 3x \quad x = \text{första veckans avstånd}$$

$$900 = 2x$$

$$x = 450$$

Han simmade 450 m första veckan.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats där en godtagbar ekvation ställs upp för beräkning av den längd Albin simmade första veckan. Lösningen ges första problemlösningspoängen på C-nivå.

## Uppgift 20

## Evelösningsexempel 20.1 (2 CM)

Exp. funktion  $y = C \cdot a^x$   
 y - guldpriis x - tid a f-faktor  
 C - startvärde ca 540  
 Två punkter (0, 540) och (0,5, 600)  
 Sätter in punkterna under LIST på  
 räknaren och kör ExpReg (regression)  
 Får  $y = 540 \cdot 1,23^x$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Evelösningen visar en godtagbar lösning där regression utförs med hjälp av ett digitalt hjälpmedel. Lösningen anses uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på C-nivå.

## Uppgift 21

## Elevlösningsexempel 21.1 (2 CM)

$$\begin{cases} 5,5x + 0,25y = 110,50 & (x-2) \\ 3,5x + 0,50y + 60 = 146 \end{cases}$$

$$- 11x - 0,50y = -221$$

$$+ \quad 3,5x + 0,50y + 60 = 146$$

$$- 7,5x + 60 = -75$$

$$x = 18$$

$$5,5 \cdot 18 + 0,25y = 110,50$$

$$0,25y = 11,5$$

$$y = 46$$

$\swarrow$  svar: Teckenträd kostar 18 kr/m  
 reuskinnsband 46 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas bland annat definierade variabler och en förklaring till vad "60" på andra raden står för. Även i övrigt saknas vissa mellanled vid beräkningar. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (1 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)Armband med 4 fläta = A<sub>1</sub>Armband med enkelfläta = A<sub>2</sub>

Kostnad kr/m teumtråd Teumtråd = T

Kostnad kr/m reumtrådsband Reumtrådsband = R

Silverkullor 3 kr/styck

$$20 \text{ silverkullor} = 3 \cdot 20 = 60 \text{ kr}$$

$$146 \text{ kr} - 60 \text{ kr} = 86 \text{ kr}$$

Total kostnad båda banden  
(utan silverkullor):

$$\begin{cases} 550t + 25r = 110,5 \\ 350t + 50r = 86 \end{cases} \quad \begin{cases} 350 \cdot 0,18 + 50r = 86 \\ 63 + 50r = 86 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 550t + 25r = 110,5 \\ - (175t + 25r = 43) \end{cases} \quad \begin{cases} 50r = 23 \\ r = 0,46 \text{ kr/cm} \\ = 0,0046 \text{ kr/m} \end{cases}$$

$$t = 0,18 \text{ kr/cm} = 0,0018 \text{ kr/m}$$

Svar: teumtråden kostar 0,0018 kr/m  
och reumtrådsband kostar 0,0046 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt så när som på svaret där enhetsomvandlingen är felaktig. Svaret blir i och med detta orimligt och kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå, variablerna är godtagbart definierade och matematiska symboler används godtagbart. Sammantaget ges lösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.3 (2 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$$x = \text{tennträd}$$

$$y = \text{renskiusband}$$

$$\begin{cases} 350x + 50y = 86 \\ 550x + 25y = 110,5 \end{cases}$$

$$\frac{50y = 86 - 350x}{2}$$

$$25y = 43 - 175x$$

$$550x + (43 - 175x) = 110,5$$

$$375x = 67,5$$

$$x = 0,18$$

$$350(0,18) + 50y = 86$$

$$\frac{50y = 23}{50}$$

$$y = 0,46$$

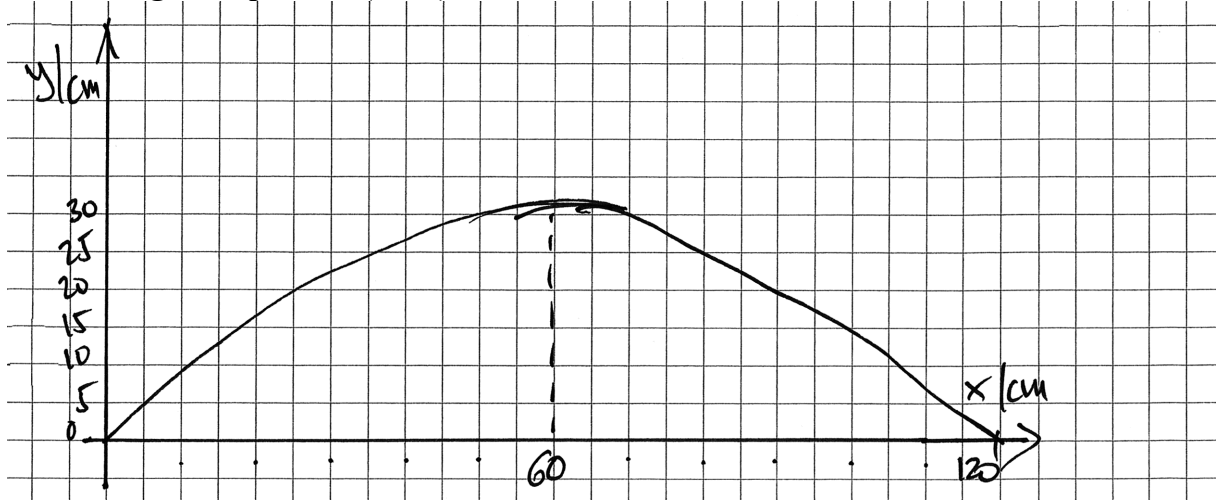
$$\text{Svar: tennträd} = 18 \text{ kr/m}$$

$$\text{Renskiusband} = 46 \text{ kr/m}$$

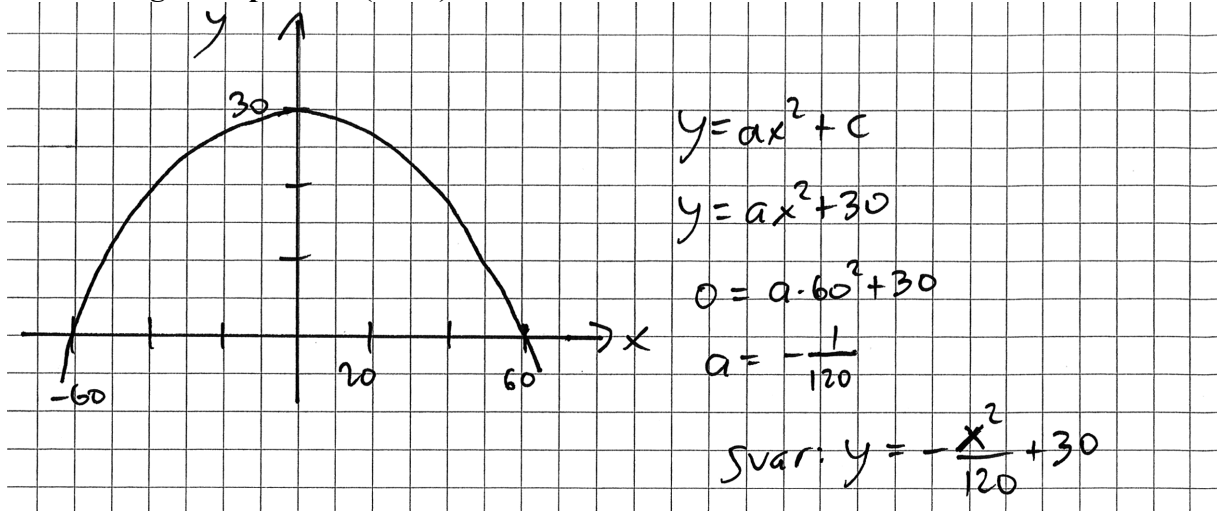
börja med att dra bort silverkulorna (60 kr)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå. Variablerna är inte godtagbart definierade i början av lösningen men detta kompenseras delvis av att svaret innehåller korrekt enhet. På rad 5 och 11 utförs division av hela ekvationer vilket inte är matematiskt korrekt. Beräkningarna ger  $x = 0,18$  och  $y = 0,46$  men svaret är angivet med korrekt enhet utan att omvandlingen redovisas. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng nått och jämnt vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nått och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 A<sub>M</sub>)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar grafen till en andragradsfunktion i ett definierat koordinatsystem. Funktionens maximum och nollställen framgår av figuren även om de tre punkternas koordinater inte är angivna. Trots dessa brister anses lösningen motsvara en anpassning av passbitens form till en matematisk modell. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 A<sub>M</sub>)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och mellanled i beräkningarna. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.



Elevlösningsexempel 22.3 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

Det finns 3 kända punkter:  $(0,0)$ ,  $(60,30)$  och  $(120,0)$

Andragradsfunktion:  $y = ax^2 + bx + c$

punkten  $(0,0)$  ger  $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0$

punkterna  $(60,30)$  och  $(120,0)$  ger

$$\begin{cases} 30 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & \textcircled{1} \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & \textcircled{1} \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & \textcircled{2} \end{cases}$$

① multipliceras med -2

$$\begin{cases} -60 = -7200a - 120b \\ 0 = 14400a + 120b \end{cases}$$

$$-60 = 7200a$$

$$a = -0,0083$$

$$120b = -14400a$$

$$b = \frac{-14400a}{120}$$

$$b = \frac{-14400(-0,0083)}{120}$$

$$b = 1$$

Svar: Funktionen kan vara

$$y = -0,0083x^2 + x$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Bland annat definieras de tre givna punkterna som punkter i ett koordinatsystem och formeln för en allmän andragradsfunktion anges. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.