Delprov B	Uppgift 1-7. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 8-15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 20 E-, 20 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

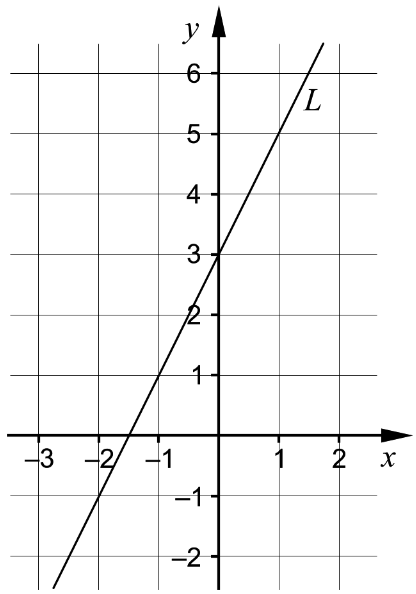
Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. I koordinatsystemet är en rät linje L ritad.



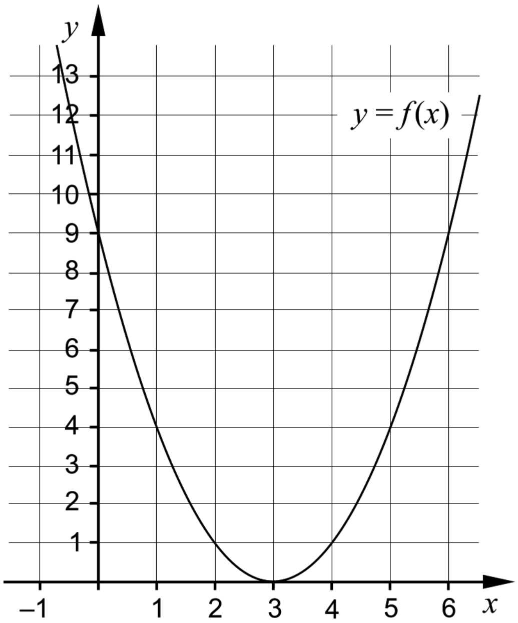
a) Ange ekvationen för linjen L på formen $y = kx + m$.

______________________ (1/0/0)

b) Ange ekvationen för en annan rät linje som är parallell med linjen L.

______________________ (1/0/0)

2. Figuren visar grafen till funktionen f där $f(x) = ax^2 + bx + c$.



a) Använd grafen och bestäm konstanten c. ______________________ (1/0/0)

Med hjälp av grafen löser Zoltán en ekvation på formen $f(x) = K$ och får de korrekta lösningarna $x_1 = 1$ och $x_2 = 5$

b) Bestäm konstanten K. ______________________ (1/0/0)

3. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $(5+x)^2 - x^2$ ______________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{x^{0,5} \cdot x^{\frac{1}{2}} + 2x}{3}$ ______________________ (1/0/0)

c) $\sqrt[3]{3^6} \cdot x - 3x$ ______________________ (0/1/0)

4. Faktorisera $25x^2 - 16y^2$ så långt som möjligt. ______________________ (0/1/0)

5. Två av ekvationerna A – F har $x = \mathrm{i}\sqrt{3}$ som en av lösningarna. Vilka två?

A. $x^2 = -9$

B. $x^2 + 3 = 0$

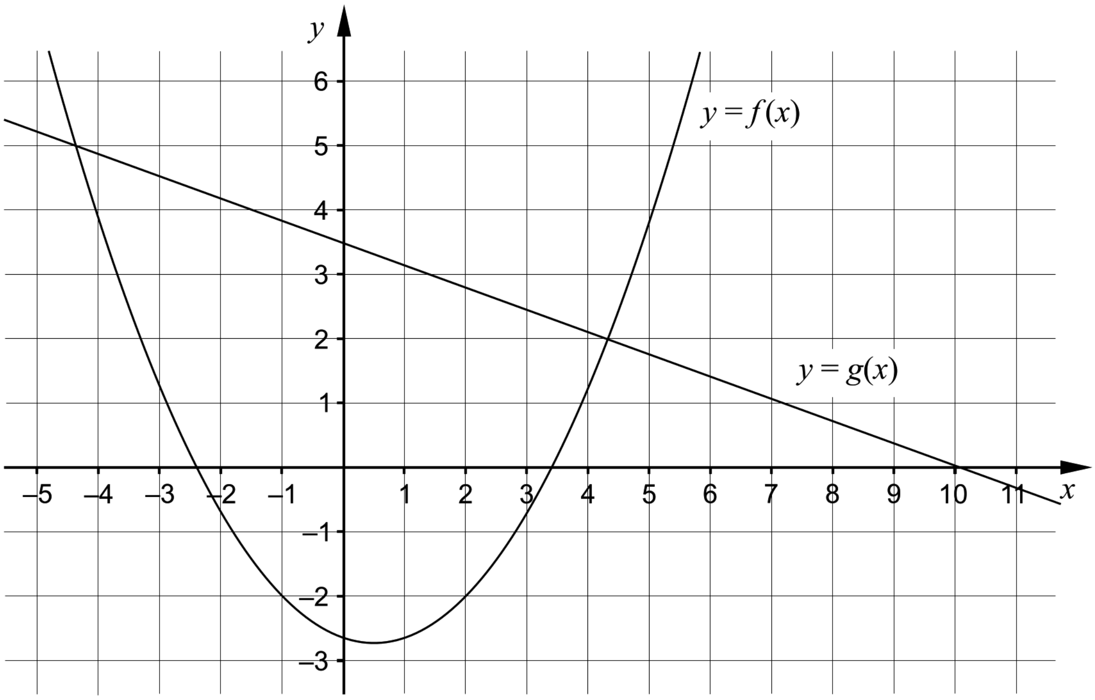
C. $x^2 = 3$

D. $x(x + \sqrt{3}) = 0$

E. $x^3 = -3x$

F. $(x+3)(x-3) = 3$ ______________________ (0/1/0)

6. Figuren visar grafen till en andragradsfunktion f och en rät linje g.



Använd figuren för att lösa uppgifterna:

a) För vilka värden på x gäller att $f(x) < -2$? ______________________ (0/2/0)

b) För vilka värden på x gäller att både $f(x) > 0$ och $g(x) > 0$?

______________________ (0/0/1)

7.

a) Lös ekvationen och svara exakt.

$10^{3x+3} = 9$ ______________________ (0/1/0)

b) I vilket av intervallen A – F finns lösningen till ekvationen $10^{3x+3} = 9$?

A. $-1,5 \leq x < -1$

B. $-1 \leq x < -0,5$

C. $-0,5 \leq x < 0$

D. $0 \leq x < 0,5$

E. $0,5 \leq x < 1$

F. $1 \leq x < 1,5$ ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

8. Lös ekvationen $x^2 + 4x - 5 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

9. Grafen till en andragradsfunktion har sin maximipunkt i punkten $P(0,\ 4)$.

Avgör om grafen till andragradsfunktionen kan gå igenom punkten $Q(-2,\ 6)$. Motivera ditt svar. (1/0/0)

10. Ett företag tillverkar skruvar. Enligt märkningen på förpackningen ska skruvarnas längd vara 54,0 mm. Längden är normalfördelad med medelvärdet 54,0 mm och standardavvikelsen 0,20 mm.

Bestäm hur många procent av skruvarna som kan förväntas vara kortare än 53,6 mm. (2/0/0)

11. För en funktion f gäller att $f(x) = 2x^2 + 12x + a$

Bestäm för vilka värden på konstanten a som ekvationen $f(x) = 0$ har två olika reella rötter. (0/2/0)

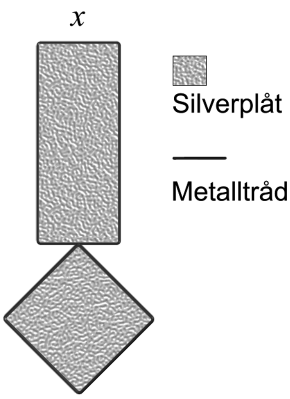
12. Lös ekvationssystemen med algebraisk metod.

a) $\begin{cases} 2x - 5y = 22 \\ x + 5y = -4 \end{cases}$ (2/0/0)

b) $\begin{cases} (10^x)^2 \cdot 10^y = 10^{10} \\ (10^y)^x = 10^{12} \end{cases}$ (0/0/3)

13. Juhani ska tillverka smycken av metalltråd och silverplåt med formen av en rektangel och en kvadrat.

Juhani bestämmer att rektangelns längd ska vara tre gånger så lång som bredden. Han betecknar rektangelns bredd med x cm. Juhani tänker täcka hela smycket med silverplåt, se figur.



Till varje smycke tänker Juhani använda en tråd med längden 28 cm. Den ska räcka till både rektangelns och kvadratens omkrets. Eftersom silverplåt är dyrt vill han att smyckets area A cm^2 ska bli så liten som möjligt.

a) Teckna arean A cm^2 av smyckets silverplåt, som funktion av rektangelns bredd x cm. (0/1/1)

b) Förklara varför definitionsmängden för areafunktionen är $0 < x < \frac{7}{2}$. (0/1/1)

c) Bestäm rektangelns bredd x så att arean A blir så liten som möjligt. (0/0/2)

14. Lös ekvationen $\lg(\lg(8-x)) = 0$ (0/0/2)

15. Av två andragradsfunktioner f och g bildas en ny funktion h enligt $h(x) = f(x) - 3 \cdot g(x)$. Avgör vad som alltid måste gälla för att även h ska vara en andragradsfunktion. Motivera ditt svar. (0/0/2)

Delprov D	Uppgift 16-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 20 E-, 20 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

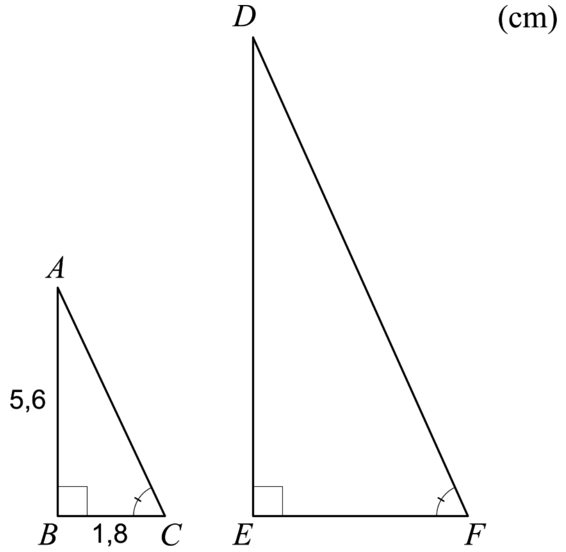
Namn: ____

Födelsedatum: ______________________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ____________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. I en rätvinklig triangel ABC är sidan AB 5,6 cm och sidan BC 1,8 cm. Triangeln DEF är likformig med triangeln ABC. Sidan EF är dubbelt så lång som sidan BC, se figur.



Hur många gånger större är arean av triangeln DEF än arean av triangeln ABC? (2/0/0)

17. Edvin och Svante ska tillverka skal till mobiltelefoner. De har gjort beräkningar och kommit fram till att de kan producera maximalt 350 paket med mobilskal. Varje paket innehåller 10 mobilskal. De ställer upp modeller för intäkt och kostnad enligt nedan.

Intäkten I kr för x stycken sålda paket: $I(x) = 650x$

Kostnaden K kr för att tillverka x stycken paket: $K(x) = x^2 + 80x + 1000$

Vinsten V kr ges av skillnaden mellan intäkten I kr och kostnaden K kr:

$V(x) = 650x - (x^2 + 80x + 1000)$

Anta att Edvin och Svante säljer alla paket som de tillverkar. Bestäm hur många paket de ska tillverka för att vinsten $V(x)$ ska bli maximal. (2/0/0)

18. Det bensinpris som en kund betalar vid tankning består bland annat av bensinens inköpspris, skatt och bensinbolagens påslag för exempelvis personalkostnader.

En förenklad modell för att beskriva bensinbolagens påslag ges av

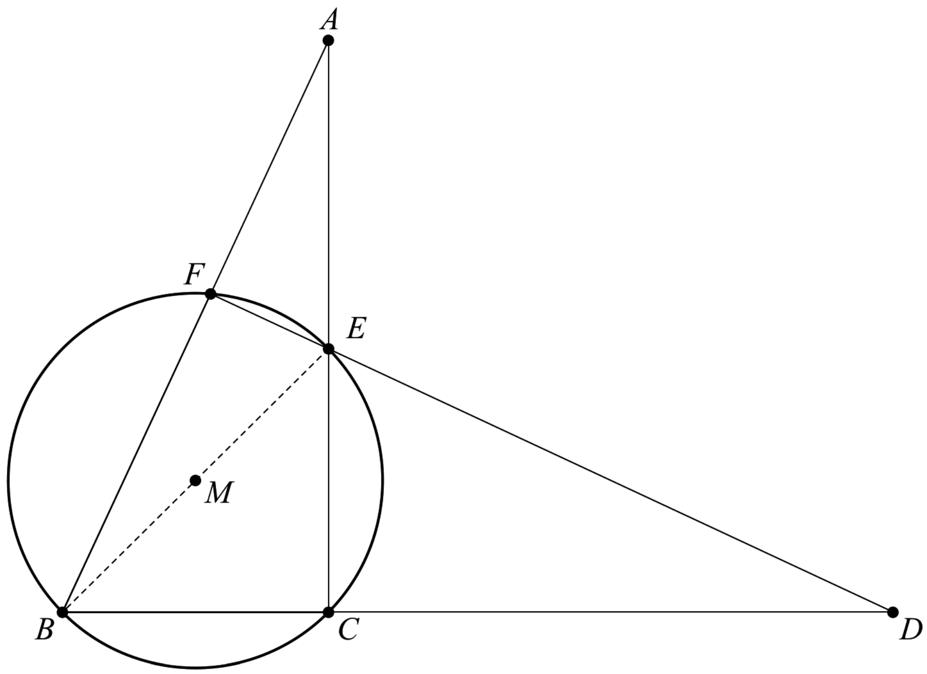
$f(x) = 0,80 \cdot 1,104^x$

där $f(x)$ är bensinbolagens påslag i kr/liter och x är antal år efter 1 januari 2008.

Bestäm vilket år bensinbolagens påslag nådde 1,50 kr/liter enligt modellen. (2/0/0)

19. Bestäm konstanten a så att en rät linje genom punkterna (a, a^2) och $(-2;\ 3,19)$ har lutningen 4,2 (0/2/0)

20. Figuren visar en cirkel med medelpunkten *M* och två trianglar *ABC* och *BDF*. Sträckan *BE* är cirkelns diameter.



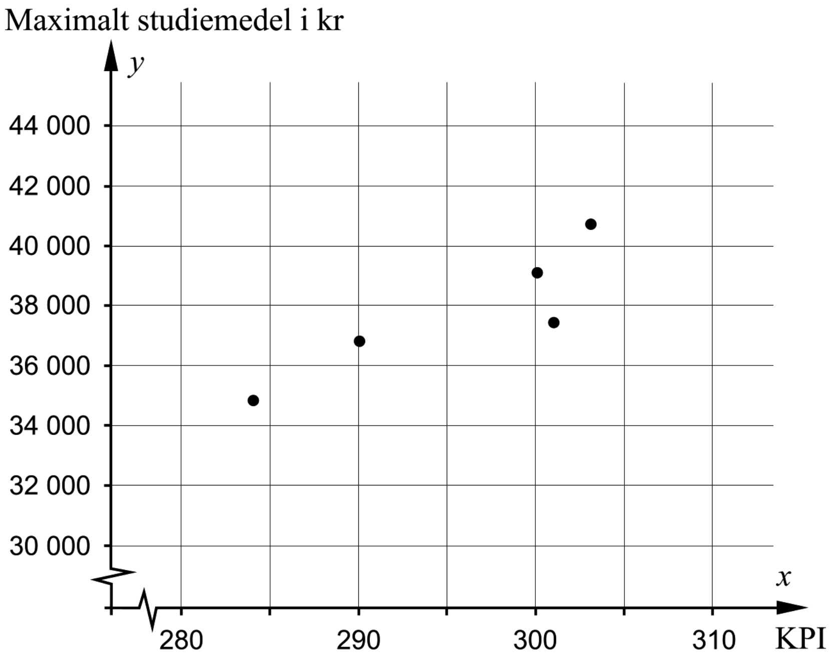
a) Visa att trianglarna *ABC* och *BDF* är likformiga. (0/2/0)

b) Sträckan *BD* är 13,8 cm och *BF* är 5,6 cm. Sträckorna *BC* och *CE* är lika långa. Beräkna sträckan *AB* om cirkelns diameter är 6,0 cm. (0/3/0)

21. Tabellen och diagrammet visar sambandet mellan maximalt studiemedel per termin vid heltidsstudier och konsumentprisindex (KPI) mellan år 2006 och år 2010. Maximalt studiemedel betecknas med y kr och KPI med x.

År	KPI x	Maximalt studiemedel y kr
2006	284	34840
2007	290	36820
2008	301	37460
2009	300	39100
2010	303	40700

KPI (Konsumentprisindex) bygger på prisutvecklingen för alla slags varor och tjänster som vi konsumenter köper. KPI styr storleken på pensioner, studiemedel, underhållsbidrag med mera.



a) Bestäm ett linjärt samband mellan maximalt studiemedel, y, och KPI, x. (0/2/0)

b) Vilket av värdena A – G är en rimlig korrelationskoefficient för sambandet mellan maximalt studiemedel och KPI?

Endast svar krävs

A. $-1,89$

B. $-0,89$

C. $-0,25$

D. 0

E. $0,25$

F. $0,89$

G. $1,89$ (0/1/0)

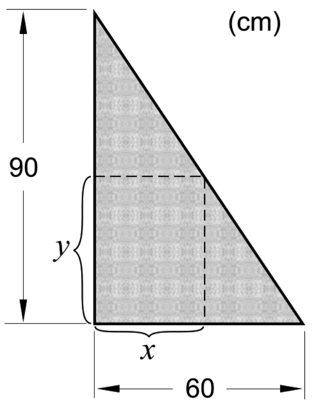
22. Mikaela åker skidor flera gånger i veckan i ett elljusspår. En gång i veckan antecknar hon hur lång tid det tar att åka 4 km.

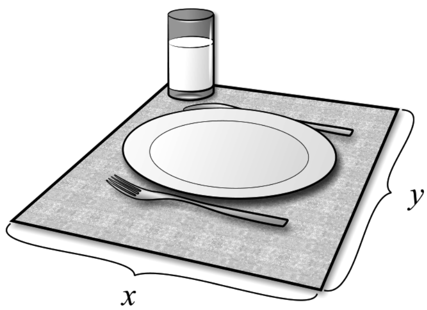
Efter 12 veckor beräknar hon medelvärdet av sina 12 åktider till 24,5 minuter och standardavvikelsen till 0,29 minuter. De två följande veckorna antecknar hon åktiderna 24,0 minuter respektive 25,0 minuter.

a) Hur förändras medelvärdet för Mikaelas åktider när de två nya tiderna räknas in? Motivera ditt svar. (1/0/0)

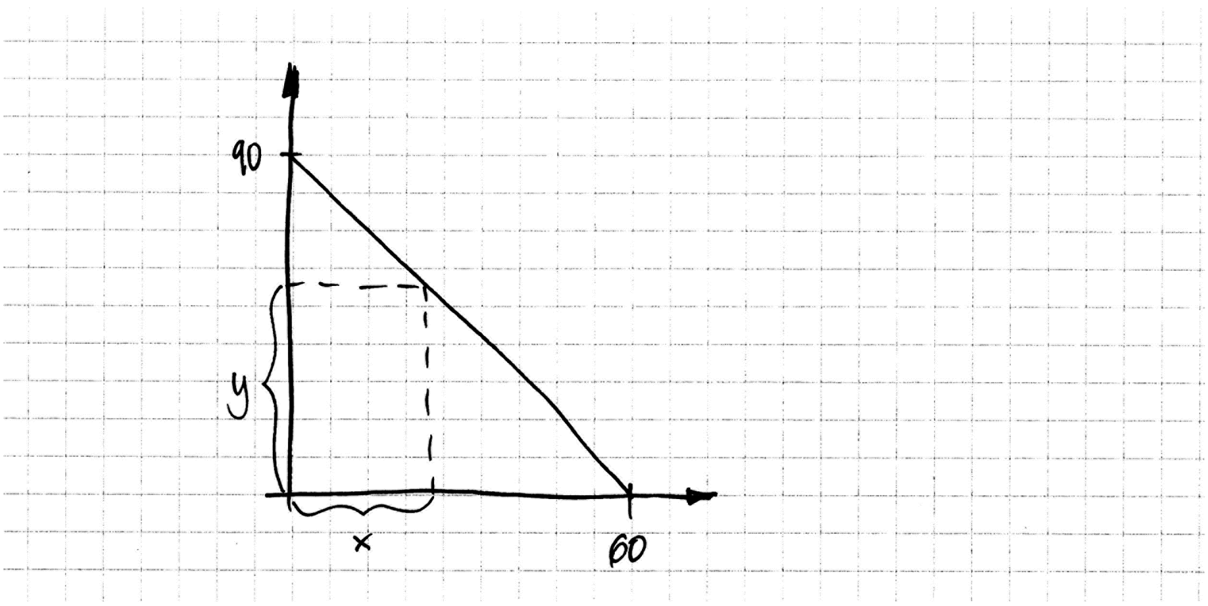
b) Beräkna standardavvikelsen för Mikaelas alla 14 åktider. (0/0/2)

23. Kim ska tillverka tallriksunderlägg av överblivna tygbitar från en fabrik. Han får veta att tygbitarna har formen av en rätvinklig triangel med basen 60 cm och höjden 90 cm. Ur dessa tygbitar ska Kim klippa rektangulära tallriksunderlägg med bredden x och längden y, se figur.





Kim vill undersöka hur han ska klippa för att tallriksunderläggens area ska bli så stor som möjligt. Han ritar in en tygbit i ett koordinatsystem, se figur.



Beräkna den bredd x och den längd y som ger den största arean för ett tallriksunderlägg. (0/0/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	$+1\ E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	$+1\ E_P$

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … $1\ E_R$	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … $1\ E_R$ och $1\ C_R$	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … $1\ E_R$, $1\ C_R$ och $1\ A_R$

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\ }, \sqrt[n]{\ }, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (\ ), \%, \{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 6a_1 och 6a_2 den första respektive andra poängen i uppgift 6a.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a		1										
	1b	1											
	2a	1											
	2b			1									
	3a		1										
	3b		1										
	3c						1						
	4						1						
	5					1							
	6a_1					1							
	6a_2								1				
	6b									1			
	7a						1						
	7b									1			
C	8_1		1										
	8_2		1										
	9				1								
	10_1	1											
	10_2	1											
	11_1							1					
	11_2							1					
	12a_1		1										
	12a_2		1										
	12b_1										1		
	12b_2											1	
	12b_3											1	
	13a_1							1					
	13a_2											1	
	13b_1							1					
	13b_2											1	
	13c_1											1	
	13c_2												1
	14_1										1		
	14_2										1		
	15_1												1
	15_2												1

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	16_1			1									
	16_2			1									
	17_1			1									
	17_2			1									
	18_1			1									
	18_2			1									
	19_1						1						
	19_2						1						
	20a_1								1				
	20a_2								1				
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	20b_3								1				
	21a_1							1					
	21a_2							1					
	21b					1							
	22a				1								
	22b_1											1	
	22b_2											1	
	23_1											1	
	23_2											1	
	23_3												1
	Total	**4**	**7**	**7**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**3**	**9**	**4**
Σ	**58**	**20**				**20**				**18**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Delprov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2b																	
					Taluppfattning, aritmetik och algebra								Geometri	Samband och förändring		Sannolikhet och statistik				Problemlösning		
		E	C	A	T1	T2	T4	T5	T7	T9	T10	T11	G3	F3	F5	S1	S2	S3	S4	P1	P3	P4
B	1a	1	0	0				X														
	1b	1	0	0				X														
	2a	1	0	0											X							
	2b	1	0	0					X					X						X		
	3a	1	0	0			X															
	3b	1	0	0		X																
	3c	0	1	0		X																
	4	0	1	0			X															
	5	0	1	0					X			X										
	6a	0	2	0										X								
	6b	0	0	1										X								
	7a	0	1	0					X	X												
	7b	0	0	1					X	X												
C	8	2	0	0					X													
	9	1	0	0											X							
	10	2	0	0															X			
	11	0	2	0					X			X			X					X		
	12a	2	0	0					X													
	12b	0	0	3					X	X										X		
	13a	0	1	1											X					X	X	
	13b	0	1	1											X							
	13c	0	0	2										X	X					X	X	
	14	0	0	2						X												
	15	0	0	2											X							
D	16	2	0	0									X							X		
	17	2	0	0					X					X	X					X	X	
	18	2	0	0					X	X										X	X	
	19	0	2	0				X														
	20a	0	2	0									X									
	20b	0	3	0									X							X		
	21a	0	2	0				X								X				X	X	
	21b	0	1	0													X					
	22a	1	0	0												X		X				
	22b	0	0	2														X		X	X	
	23	0	0	3										X	X					X	X	
Total		20	20	18																		

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 20 E-, 20 C- och 18 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:___________________________ Klass:_______________ Provbetyg: ____________

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a												
	1b												
	2a												
	2b												
	3a												
	3b												
	3c												
	4												
	5												
	6a_1												
	6a_2												
	6b												
	7a												
	7b												
C	8_1												
	8_2												
	9												
	10_1												
	10_2												
	11_1												
	11_2												
	12a_1												
	12a_2												
	12b_1												
	12b_2												
	12b_3												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	13b_2												
	13c_1												
	13c_2												
	14_1												
	14_2												
	15_1												
	15_2												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	16_1												
	16_2												
	17_1												
	17_2												
	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	20a_1												
	20a_2												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	21a_1												
	21a_2												
	21b												
	22a												
	22b_1												
	22b_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	Total												
Σ													

	Total	**4**	**7**	**7**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**3**	**9**	**4**
Σ	**58**	**20**				**20**				**18**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($y = 2x + 3$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar (t.ex. $y = 2x$)	+1 E_B
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9)	+1 E_B
b)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (4)	+1 E_{PL}
3.		**Max 2/1/0**
a)	Korrekt svar ($10x + 25$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar (x)	+1 E_P
c)	Korrekt svar ($6x$)	+1 C_P
4.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar ($(5x + 4y)(5x - 4y)$)	+1 C_P
5.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (B: $x^2 + 3 = 0$ och E: $x^3 = -3x$)	+1 C_B
6.		**Max 0/2/1**
a)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning, t.ex. ”då x är mellan -1 och 2”	+1 C_B
	med korrekt använda olikhetstecken ($-1 < x < 2$)	+1 C_K
b)	Korrekt svar, med korrekt använda olikhetstecken, utifrån godtagbar avläsning ($x < -2,4$; $3,4 < x < 10$)	+1 A_B

7. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar ($x = \frac{\lg 9 - 3}{3}$) +1 C_P

b) Korrekt svar (B: $-1 \le x < -0,5$) +1 A_B

Delprov C

8. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1, x_2 = -5$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

9. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att grafen inte kan gå genom punkten Q +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, anger att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2,3 %) +1 E_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

11. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, visar insikt i att uttrycket under rottecknet måste vara positivt +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a < 18$) +1 C_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 2/0/3**

a) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 6$ och $y = -2$) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationssystemet till $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ xy = 12 \end{cases}$ +1 A_P

med godtagbar fortsättning, bestämmer en variabel, t.ex. $y_1 = 4$ och $y_2 = 6$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 3,\ y_1 = 4$ och $x_2 = 2,\ y_2 = 6$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/4**

a) Godtagbar ansats, tecknar ett samband för smyckets totala omkrets eller dess totala area, t.ex. $4y + 8x = 28$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($A(x) = 3x^2 + (7 - 2x)^2$) +1 A_M

b) Godtagbar ansats, förklarar den ena intervallgränsen, t.ex. ”Längden på sidan måste vara större än 0 för att det ska bli en rektangel.” +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar där intervallets båda gränser förklaras +1 A_M

c) Godtagbar lösning med korrekt svar (Rektangelns bredd är 2 cm) +1 A_M

Lösningen (deluppgift a, b och c) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, skriver om ekvationen till $\lg(8 - x) = 1$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2$) +1 A_P

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. ansätter generella funktionsuttryck för $f(x)$ och $g(x)$ samt tecknar $h(x)$, t.ex. $h(x) = (a - 3A)x^2 + (b - 3B)x + (c - 3C)$ +1 A_R

med fortsatt godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekt slutsats +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

16. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar arean av triangel *DEF*, 20,16 cm^2 +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 gånger större)
eller (4 gånger så stor) +1 E_{PL}

Kommentar: Godtagbar lösning med svaret ”4 gånger större” anses också korrekt eftersom det handlar om en språklig missuppfattning och inte en matematisk sådan.

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar vinstfunktionen $V(x) = 570x - x^2 - 1000$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (285 paket) +1 E_M

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt i att det är ekvationen
$1{,}50 = 0{,}80 \cdot 1{,}104^x$ som ska lösas +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2014) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $\dfrac{a^2 - 3{,}19}{a - (-2)} = 4{,}2$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a_1 = 6{,}1$ och $a_2 = -1{,}9$) +1 C_P

20. **Max 0/5/0**

a) Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang som innehåller motivering till varför vinkel *BFE* eller vinkel *BCE* är $90°$ +1 C_R

med fortsatt välgrundat resonemang som visar att trianglarna är likformiga +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar längden av sträckorna *BC* och *CE*, 4,24 cm +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (10 cm) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $200 \le k \le 280$ +1 C_M

med godtagbar bestämning av sambandet (t.ex. $y = 242x - 33775$) +1 C_M

Kommentar: Elevlösning som utgår ifrån en bestämning av sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Korrekt svar (F: 0,89) +1 C_B

22. **Max 1/0/2**

a) Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att medelvärdet är oförändrat +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, visar insikt i att $11 \cdot s^2$ ska beräknas +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,33 min) +1 A_{PL}

Kommentar: Även ett svar utan enhet ges andra problemlösningspoängen på A-nivå.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, tecknar ett korrekt uttryck för arean, t.ex. $A = 90x - \frac{90}{60}x^2$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”Bredd 30 cm och höjd 45 cm.”) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 8.

Elevlösning 8.1 (0 poäng)

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4+5}$$

$$x = 2 \pm 3$$

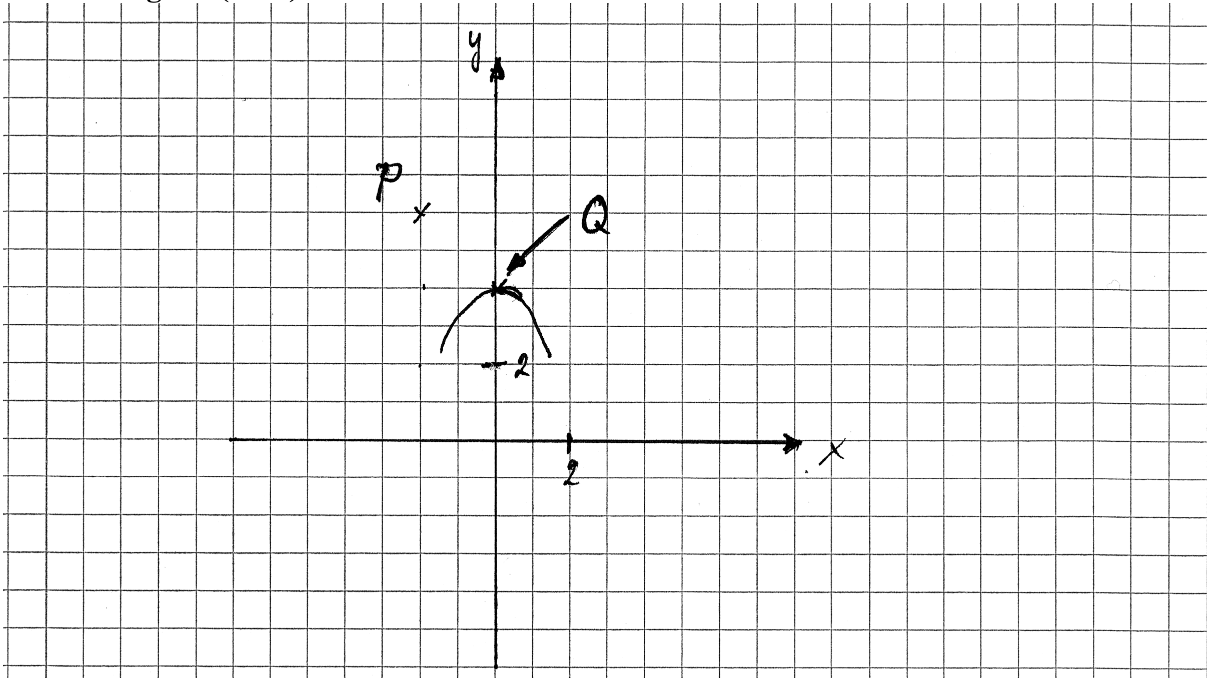
$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -1$$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 9.

Elevlösning 9.1 (1 E_R)



Svar: Nej, det går inte!

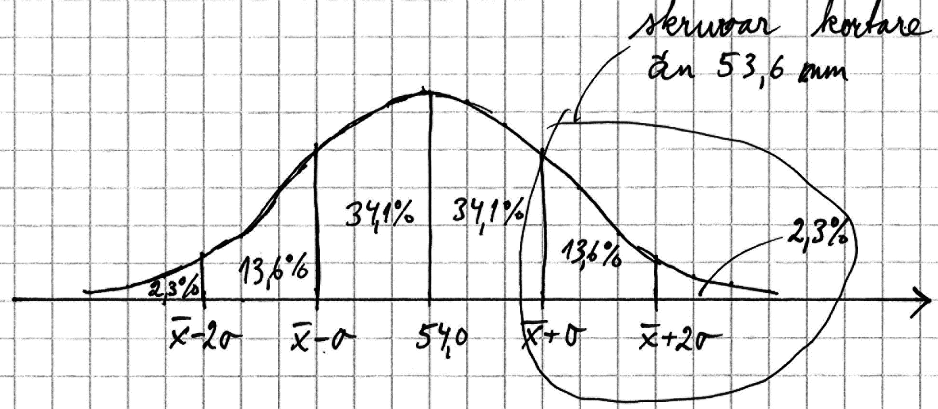
Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som leder till korrekt slutsats. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 10.

Elevlösning 10.1 (1 E_B)

$\bar{x} = 54{,}0$ $\sigma = 0{,}20$ [mm]

normalfördelning: kan rita en normal-fördelningskurva.



$54 - \sigma = 53{,}8$

$54 - 2\sigma = 54 - 2 \cdot 0{,}2 = 53{,}6$

$13{,}6 + 2{,}3 = 15{,}9\,\%$ Svar: 15,9 % skruvar är kortare än 53,6 mm.

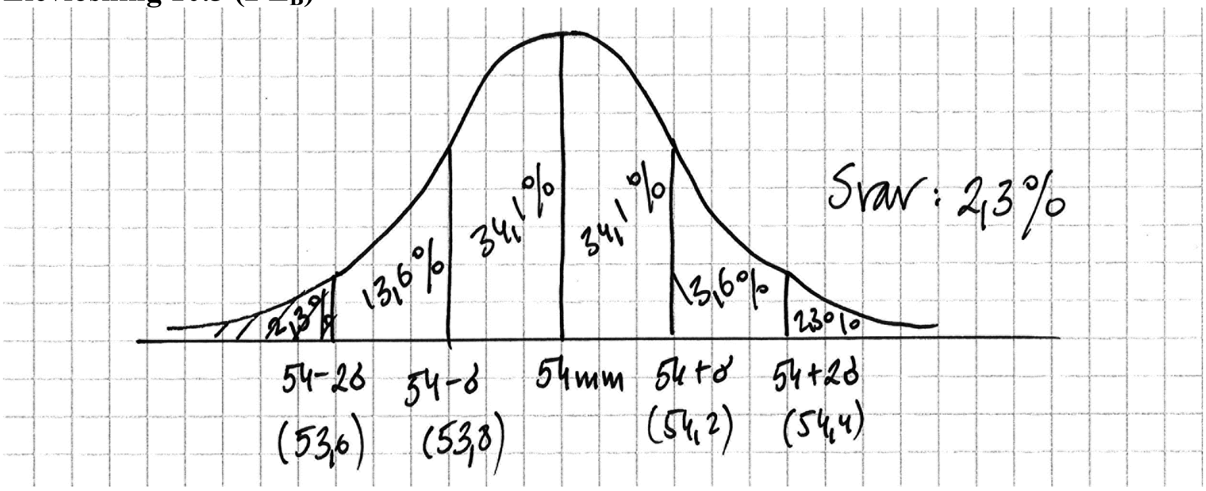
Kommentar: Trots att markeringen i figuren är felaktig anges att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser. Lösningen ges första begreppspoängen på E-nivå.

Elevlösning 10.2 (2 E_B)

Skruvarnas längd ska vara 54,0 mm
standardavvikelsen är 0,2 mm
hur många är 53,6 mm?
53,6 mm = 2 standardavvikelser
Svar: det kommer att vara 2,3%
som är 53,6 mm långa

Kommentar: Elevlösningen visar att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser men detta uttrycks felaktigt genom ”53,6 mm = 2 standardavvikelser”. Detta anses uppfylla kraven för ansatspoängen. I svaret anges att 2,3 % av skruvarna är 53,6 mm långa och inte att 2,3 % av skruvarna är kortare än 53,6 mm. Eftersom det senare framgår av frågan i uppgiften anses svaret nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra begreppspoängen på E-nivå.

Elevlösning 10.3 (2 E_B)



Kommentar: Av elevlösningen framgår att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser genom att skruvlängderna anges i den ritade normalfördelningskurvan. Elevlösningen ges båda begreppspoängen på E-nivå.

Uppgift 11.

Elevlösning 11.1 (1 C_{PL})

$$f(x) = 2x^2 + 12x + a$$

$$2x^2 + 12x + a = 0$$

$$x^2 + 6x + a = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-a}$$

$$9 - a > 0$$

$$\underline{\underline{a < 9}}$$

Kommentar: I elevlösningen löses andragradsekvationen felaktigt men insikt visas i att uttrycket under rottecknet ska vara positivt. Detta anses motsvara kraven för ansatspoängen. Lösningen ges första problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 12.b

Elevlösning 12.b.1(1 A_P och 1 A_{PL})

$$\begin{cases}(10^x)^2 \cdot 10^y = 10^{10} \\ (10^y)^x = 10^{12}\end{cases}$$

$$0 = 2x^2 - 10x + 12$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$x = -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\frac{(-5)^2}{2^2} - 6}$$

$$x = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 6}$$

$$x = 2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25}$$

$$x = 2{,}5 \pm 0{,}5$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 3$$

$$\begin{cases}10^{2x} \cdot 10^y = 10^{10} \\ 10^{xy} = 10^{12}\end{cases}$$

$$\begin{cases}10^{2x+y} = 10^{10} \\ 10^{xy} = 10^{12}\end{cases}$$

$$\begin{cases}2x + y = 10 \\ xy = 12\end{cases}$$

$$y = 10 - 2x$$

$$y = 12/x$$

$$10 - 2x = 12/x$$

$$x(10 - 2x) = 12$$

$$10x - 2x^2 = 12$$

$$0 = 2x^2 - 10x + 12$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt omskrivning av ekvationssystemet vilket motsvarar kraven för en godtagbar ansats. Beräkningen av x på sista raden är felaktig men felet anses vara av lapsuskaraktär. Därmed anses kraven för den första problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges en procedurpoäng och en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 12.b.2 (1 A_P och 2 A_{PL})

$$\begin{cases}(10^x)^2 \cdot 10^y = 10^{10} \\ (10^y)^x = 10^{12}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}(10^x)^2 = 10^{10-y} \\ (10^y)^x = 10^{12}\end{cases}$$

$$\begin{cases}10^{2x} = 10^{10-y} \\ 10^{xy} = 10^{12}\end{cases} \Big/ \begin{matrix}2x = 10-y \\ xy = 12\end{matrix} \Big/ \; x = \frac{12}{y}$$

$$\frac{12}{y} \cdot \frac{2}{1} = 10-y \qquad x = \frac{12}{y}$$

$$\frac{24}{y} = \frac{10-y}{1} \qquad x_1 = 2$$

$$x_2 = 3$$

$$10y - y^2 = 24$$

$$y^2 - 10y + 24 = 0$$

$$y = \frac{10}{2} \pm \sqrt{5^2 - 24}$$

$$y = 5 \pm 1$$

$$y_1 = 6$$

$$y_2 = 4$$

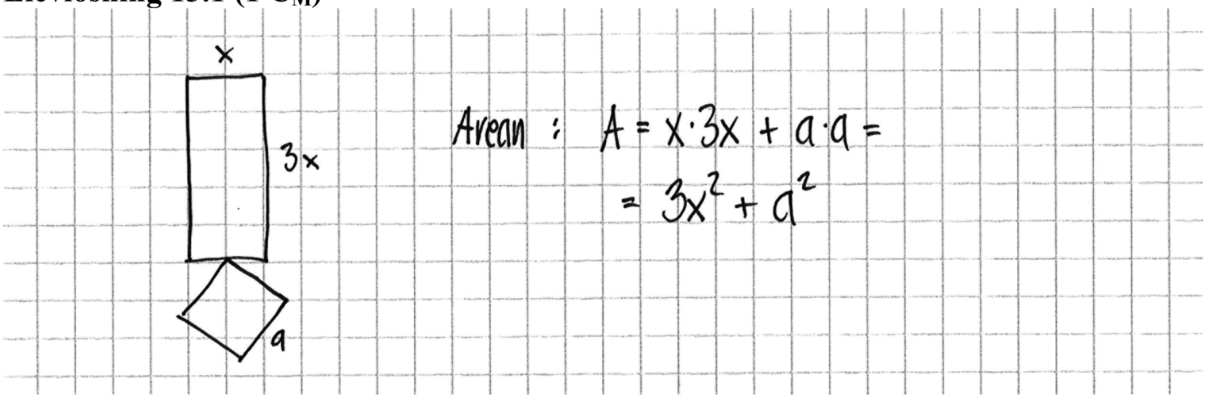
Svar: $y_1 = 6$ / $x_1 = 2$

$y_2 = 4$ / $x_2 = 3$

Kommentar: Elevlösningen visar en fullständig och korrekt lösning som ges alla poäng som är möjliga att få.

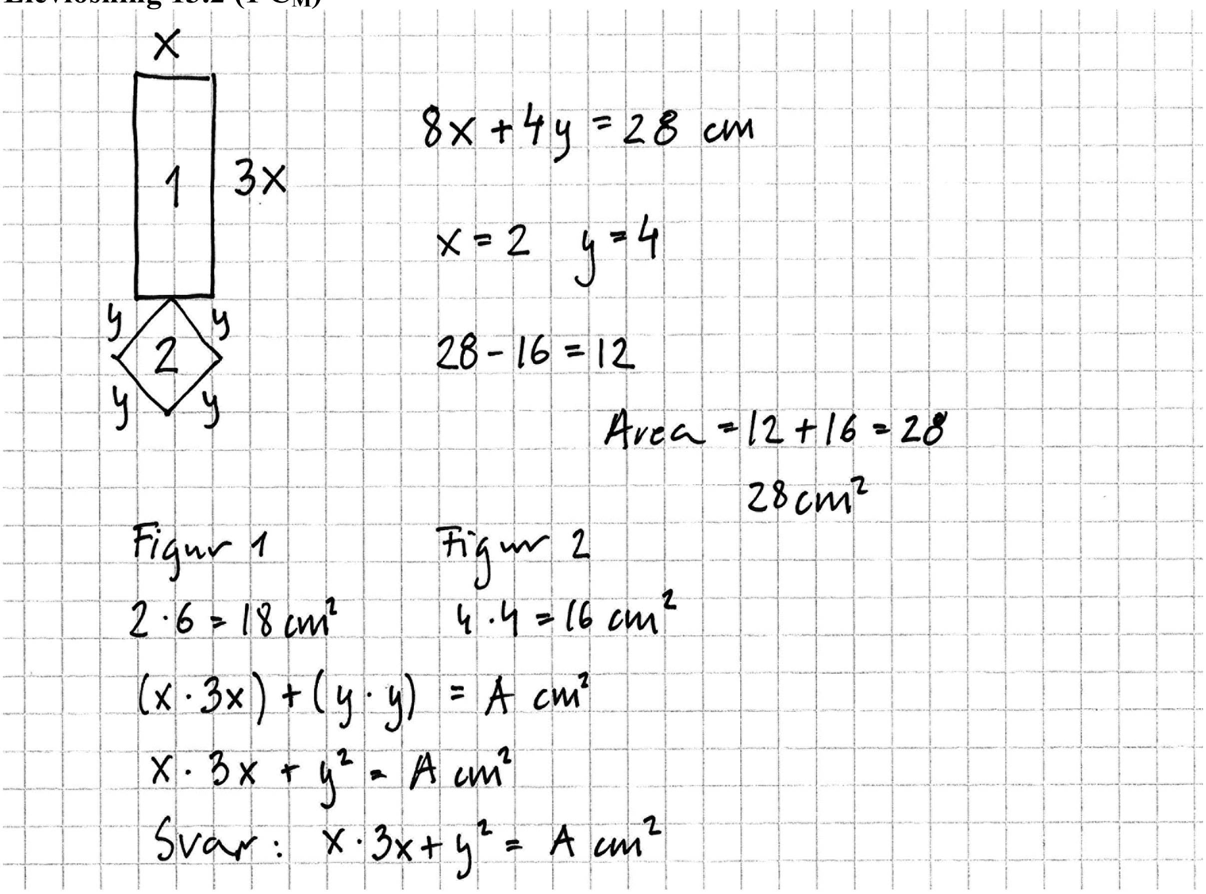
Uppgift 13.

Elevlösning 13.1 (1 C_M)



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt tecknad total area för smycket och därmed uppfylls kraven för ansatspoängen på a)-uppgiften.

Elevlösning 13.2 (1 C_M)



Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat samband för smyckets omkrets. Sambandet för smyckets area tecknas i två variabler och därmed uppfylls inte kraven för modelleringspoängen på A-nivå i a)-uppgiften. Lösningen ges en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 13.3 (2 C_M, 2 A_M och 1 A_K)

a) $A_{cirk}(x) = 3x^2 + \left(\frac{28-8x}{4}\right)^2 = 3x^2 + (7-2x)^2 = 7x^2 - 28x + 49$

b) $7x^2 - 28x + 49 = 0$ Om $x > \frac{7}{2}$ så får inte kvadraten någon area.

$\left(\frac{28-8x}{4}\right)^2$ är kvadratens area om vi sätter in $x = \frac{7}{2}$ får vi

A_{kva} $\left(\frac{28 - 8\cdot\frac{7}{2}}{4}\right)^2 = \left(\frac{28-28}{4}\right)^2 = \left(\frac{0}{4}\right)^2 = 0$

Om $x \leq 0$ får rektangeln ingen area, eftersom

$A_{rek} = 3x^2$

$x = 0$

$A_{rek} = 3 \cdot 0^2 = 0$

Svar: Om $x = 0$ blir $A_{rek} = 0$

Om $x = \frac{7}{2}$ blir $A_{kva} = 0$

c) $3x^2 + (7-2x)^2 = 3x + 49 - 28x + 4x^2 =$

$= 7x^2 - 28x + 49$

$7x^2 - 28x + 49 = 0$ förenklar med sju

$x^2 - 4x + 7 = 0$ symmetrilinje $= -\frac{P}{2}$

$-\frac{-4}{2} = 2$ $x = 2$ sätter in i funktionen

$A(2) = 3\cdot 2^2 + (7 - 2\cdot 2)^2 = 12 + 3^2 = 21\ cm^2$

Svar: $x = 2\ cm$ $A = 21\ cm^2$

Kommentar: Deluppgifterna a) och c) är lösta i sin helhet. I b)-uppgiften utreds att kvadraten inte får någon area om $x = 0$ men det utreds inte vad som händer med arean då $x > \frac{7}{2}$.
Därmed uppfylls inte kraven för A-modelleringspoängen i b)-uppgiften. När det gäller kommunikation saknas förklaring till hur areauttrycket för kvadraten tagits fram i a)-uppgiften. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå och frånsett detaljen som saknas i b)-uppgiften anses uppgiften vara löst i sin helhet. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå, två modelleringspoäng på A-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 15.

Elevlösning 15.1 (2 A_R)

$$\frac{f(x)\ ax^2\ term}{g(x)\ ax^2\ term} \neq 3$$

Svar: $\frac{a_f}{a_g} \neq 3$

Svar fortsättning: Om förhållandet mellan a_{fx^2} och a_{gx^2} är 3:1 kommer x^2 ta ut varandra efter att man multiplicerat g med 3.

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt jämförelse mellan de två funktionernas andragradskoefficienter. Trots att *a* är definierat på två olika sätt anses svaret nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 15.2 (2 A_R)

a får inte vara tre gånger så stort på f(x) som på g(x) för om man multiplicerar g(x) med tre och a blir lika stor som på f(x) så får h(x) inget a värde och då är det ingen andragrads-funktion

Svar: $a_{f(x)} \neq 3a_{g(x)}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt jämförelse mellan de två funktionernas andragradskoefficienter. Konstanten *a* är inte definierad men det framgår av ”då är det ingen andragradsfunktion” att konstanten påverkar funktionernas andragradsterm. Elevlösningen ges nätt och jämnt andra resonemangspoängen på A-nivå.

Uppgift 18.

Elevlösning 18.1 (1 E_M)

miniräknare: $y_1 = 0,80 \cdot 1,104^x$

$y_2 = 1,50$

intersekt x 6,35

Svar: 6,35 år

Kommentar: Elevlösningen visar en grafräknarlösning med felaktigt svar. Eftersom det framgår att det är ekvationen $1,50 = 0,80 \cdot 1,104^x$ som ska lösas anses kraven för ansatspoängen vara uppfyllda. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösning 18.2 (1 E_M)

$1,5 = 0,80 \cdot 1,104^x$

$x = 6$

använde graf på räknare

Påslaget var 1,50 2014

Kommentar: Elevlösningen visar en grafräknarlösning med korrekt svar. Eftersom det inte framgår hur grafräknaren har använts anses inte lösningen vara godtagbar och därmed anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 20.a

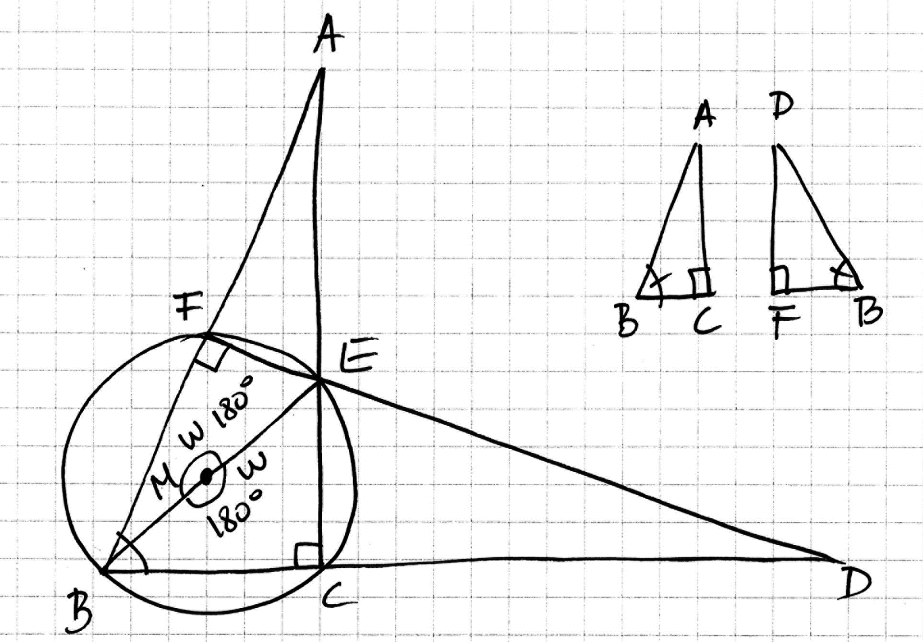
Elevlösning 20.a.1 (0 poäng)

Vinkel F + vinkel C = 180
vinkel B + vinkel E = 180

Då C är 90° måste då F också
vara de.
Och genom att vinkeln B används
i båda trianglarna blir det samma
grad antal på sista också

Kommentar: Elevlösningen innehåller inte ett godtagbart resonemang om varför någon/några vinklar är 90°. Därmed anses inte kraven för den första resonemangspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 20.a.2 (2 C_R)



-Två triaglar är likformiga om två vinklar är lika stora i båda triaglarna.

- $\frac{w}{2} = \Lambda F$ $\quad \frac{w}{2} = \Lambda C$	Triaglarna delar hörn B
$\frac{180}{2} = \Lambda F$ $\quad \frac{180}{2} = \Lambda C$	ΛB är lika stor i båda triaglarna
$\Lambda F = 90^\circ$ $\quad \Lambda C = 90^\circ$	$\Delta ABC \sim \Delta BDF$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang om varför ΛF och ΛC är 90° trots att explicit hänvisning till randvinkelsatsen saknas. Lösningen uppfyller därmed nätt och jämnt kraven för första resonemangspoängen på C-nivå. Det fortsatta resonemanget uppfyller kraven för det andra resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 20.b

Elevlösning 20.b.1 (2 C_{PL})

$BD = 13,8$ cm $BF = 5,6$ cm

$BC = x \quad x = \sqrt{6^2/2} = 4,2$

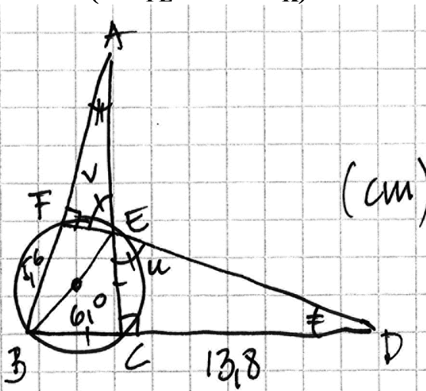
$ED = AB$

$AB = y \quad \frac{y}{4,2} = \frac{13,8}{5,6} \Rightarrow y = \frac{13,8 \cdot 4,2}{5,6} = 10,4$

Svar: $AB = 10,4$ cm

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av sidan *BC*. Lösningen är knapphändig och redovisningen anses nätt och jämnt vara godtagbar. När det gäller kommunikation är lösningen svår att följa och förstå då såväl hänvisning till satser som förklarande figurer saknas. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Sammantaget bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösning 20.b.2 (2 C_{PL} och 1 C_K)



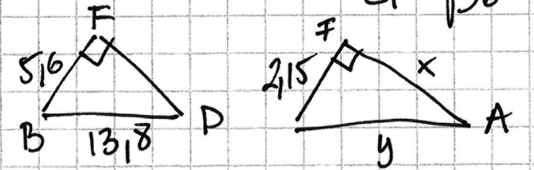
(cm)

V = u   AEF likformig med BDF

$BE^2 = BF^2 + EF^2$

$6,0 = 5,6 + EF^2$ $EF^2 = 6,0^2 - 5,6^2$

$EF = \sqrt{36 - 31,36} \approx 2,15$ cm



$$\frac{5,6}{2,15} = \frac{13,8}{y}$$

$$5,6y = 29,67$$

$$y = \frac{29,67}{5,6} \approx 5,30$$

$$EA^2 = EF^2 + FA^2$$

$$5,30^2 = 2,15^2 + x$$

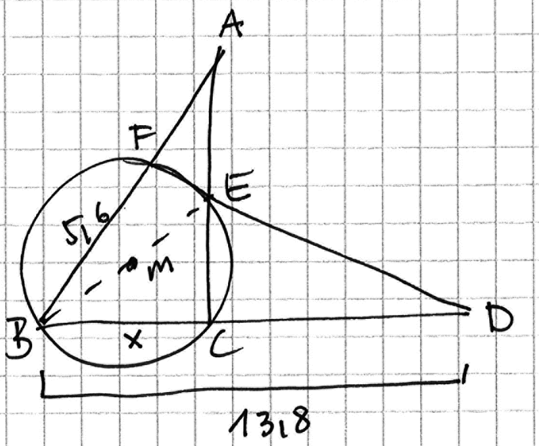
$$x = \sqrt{5,3^2 - 2,15^2} = \sqrt{23,4675} \approx 4,84$$

FA = 4,84 cm

BA = BF + FA = 5,6 + 4,8 = 10,4 cm

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av sidan *BA*. När det gäller kommunikation saknas exponenter på rad tre under figuren och även hänvisning till satser. Trots dessa brister anses lösningen vara möjlig att följa och förstå. Sammantaget bedöms kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Elevlösning 20.b.3 (2 C_{PL} och 1 C_K)



BC = CE

Sträckor BC, CE och BE bildar rätvinklig triangel

Pythagoras:

$6^2 = x^2 + x^2$

$36 = 2x^2$ $\quad x = 4{,}24$

$\frac{BA}{13{,}8} = \frac{4{,}24}{5{,}6}$

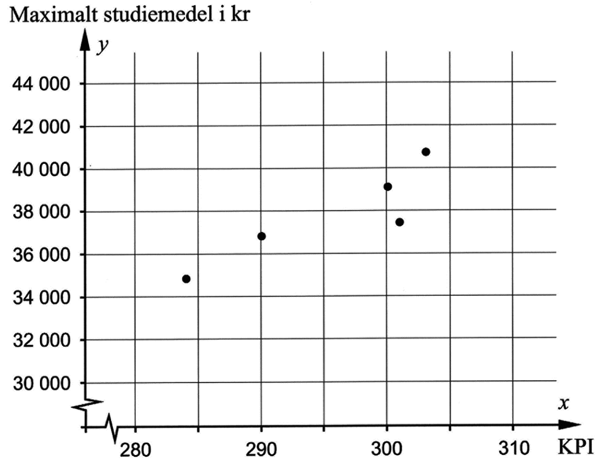
$BA = 10{,}44$

Svar: $AB = 10{,}44$ l.e.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av sidan *AB*. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och viss hänvisning till satser förekommer. Därmed anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 21.a

Elevlösning 21.a.1 (0 poäng)



$y = kx + m$ $\quad (\underset{x_2}{290}, \underset{y_2}{36820}) \; (\underset{x_1}{300}, \underset{y_1}{39100})$

x=	284	290	301	300
y=	34840	36820	37460	39100

$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$k = \dfrac{36820 - 39100}{290 - 300}$

$k = \dfrac{-2280}{-10}$

$k = 228$

$(x = 300)$

$y = 228x + m$

$y = 228 \cdot 300 + m$

y ska vara enligt tabell 39100...

Fortsättning på nästa sida.

$39100 = 68400 + m$

$m = -29300$

$\boxed{y = 228x - 29300}$

Kommentar: Elevlösningen visar en ansats där linjens lutning beräknas utifrån två punkter i diagrammet. Ansatsen anses inte vara godtagbar och lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 21.a.2 (2 CM)

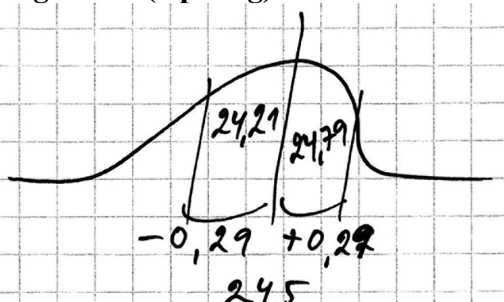
Man skriver in x och y värdena i L_1 och L_2 när man gått in på STAT och tryckt på Edit sedan trycker man på stat igen går in på calc och trycker 4 LinReg(ax+b) Då blir sambandet:

$y = 242x - 33775$

Kommentar: Lösningen visar regression med grafräknare. Lösningen ges två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 22.a

Elevlösning 22.a.1 (0 poäng)



$$\frac{12x}{12} = 24{,}5$$

$$\frac{14x}{14} = 24{,}5$$

Svar: Inget, ett varv faller över medianen och ett faller under.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang kring medianen. Ansatsen anses inte vara godtagbar och lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 22.a.2 (1 E_R)

$$\frac{24{,}5 \cdot 12 + 24 + 25{,}0}{14} = 24{,}5$$ Inte alls!

Elevlösning 22.a.3 (1 E_R)

DET FÖRÄNDRAS INTE EFTERSOM MEDELVÄRDET AV 24,0 OCH 25,0 ÄR 24,5

Kommentar: Elevlösning 2 och elevlösning 3 visar exempel på godtagbara resonemang med slutsatsen att medelvärdet är oförändrat. Elevlösning 2 och 3 ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 22.b

Elevlösning 22.b.1 (2 A_{PL})

$$0{,}29 = \sqrt{\frac{(x_1 - 24{,}5)^2 \ldots (x_{12} - 24{,}5)^2}{11}}$$

$$0{,}9251 = (x_1 - 24{,}5)^2 \ldots (x_{12} - 24{,}5)^2$$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{0{,}9251 + (24 - 24{,}5)^2 + (25 - 24{,}5)^2}{13}}$$

$$\sigma x = 0{,}331$$

Svar: standardavvikelsen är nu 0,33 min

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt beräkning av standardavvikelsen. Lösningen uppfyller kraven för två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 23.

Elevlösning 23.1 (0 poäng)

$\frac{90}{60}$ $\frac{3}{2}$ $1{,}5$

$Y = -1{,}5x + 90$ $\quad x \cdot y = A$

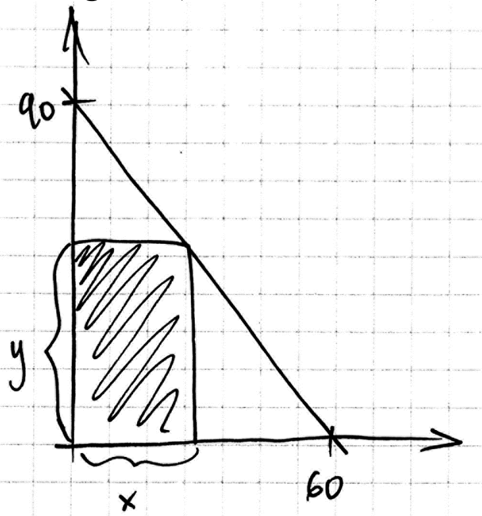
$x^2 + 60x = 0$ $\quad x(1{,}5x + 90) = 0$ $\quad x_1 = 0$

$x = -30 \pm \sqrt{30^2}$ $\quad x_2 = +60$

x $\quad 1{,}5x^2 + 90x = A$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbart bestämd ekvation för linjen. När arean tecknas görs ett teckenfel, varför formeln för arean blir felaktig. Lösningen anses inte motsvara en godtagbar ansats och ges 0 poäng.

Elevlösning 23.2 (2 A_M och 1 A_K)



Likformighet ger: $\frac{60-x}{y} = \frac{60}{90}$

$$y = \frac{90\cdot(60-x)}{60}$$

$$y = 1{,}5(60-x) = 90-1{,}5x$$

Arean: $x\cdot y$

$$A = (90-1{,}5x)\cdot x = 90x-1{,}5x^2$$

$A=0$

$90x-1{,}5x^2=0$

$x^2-60x=0$

$x(x-60)=0$

$x_1=0 \quad x_2=60$

Symmetrilinjen $\frac{0+60}{2} = 30$ cm

$y = 90-1{,}5\cdot 30 = 45$ cm

Svar: Han ska klippa basen på 30cm och höjden på 45cm

Kommentar: Elevlösningen visar godtagbara beräkningar grundade på likformighet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar till varför likformighet gäller mellan trianglarna i figuren. Även verifiering av att areafunktionen har ett maximum saknas. Lösningen är i övrigt lätt att följa och förstå. Sammantaget uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå nätt och jämnt.

Elevlösning 23.3 (2 A_M och 1 A_K)

Jag räknar ut k-värde

$\frac{90-0}{0-60} = \frac{90}{-60} = -1,5$

$m = 90$

$y = -1,5x + 90$

$x \cdot y = A$

$x \cdot (-1,5x + 90) = A$

$\underbrace{-1,5x^2}_{\text{max}} + 90x = 0$

$(-1,5x^2 + 90x)\left(-\frac{2}{3}\right) = x^2 - 60x = 0$

$-\frac{p}{2}$ = symmetrilinjen

$-\frac{(-60)}{2} = 30$

$y = -1,5 \cdot 30 + 90$

$y = 45$

$A = 30 \cdot 45 = 1350$

Svar: största Arean är $1350\ cm^2$

$x = 30\ cm$

$y = 45\ cm$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning som omfattar hela uppgiften. När det gäller kommunikation omfattar lösningen en irrelevant beräkning av den maximala arean vilket inte efterfrågas. Lösningen är i övrigt lätt att följa och förstå. Sammantaget uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2b

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T1 Metoder för beräkningar vid budgetering.
T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
T9 Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talområdet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S2 Orientering och resonemang kring korrelation och kausalitet.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.