

<b>Part B</b>	Problems 1–9 which only require answers.
<b>Part C</b>	Problems 10–14 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes for Part B and Part C together.
<b>Resources</b>	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 21 C- and 16 A-points.

Level requirements for test grades

E: 13 points

D: 22 points of which 7 points on at least C-level

C: 29 points of which 12 points on at least C-level

B: 37 points of which 5 points on A-level

A: 44 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: \_\_\_\_\_

Date of birth: \_\_\_\_\_

Educational programme: \_\_\_\_\_

**Part B:** Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1. A straight line has the equation  $y = 3x + 2$

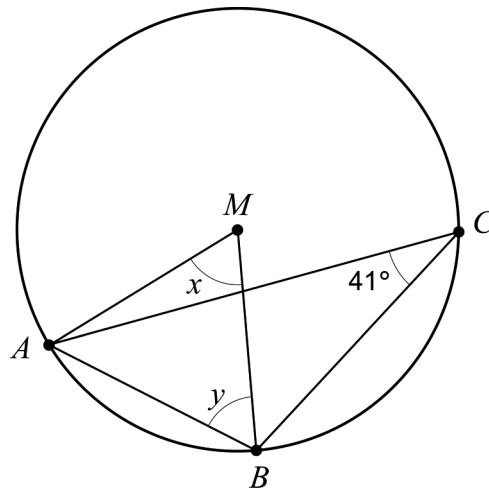
a) Write down the coordinates for a point on the line.

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Write down the equation for another straight line that is parallel to the line  $y = 3x + 2$

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. The figure below shows the triangle  $ABC$  which is inscribed in a circle with centre  $M$ .



a) Determine the angle  $x$ .

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

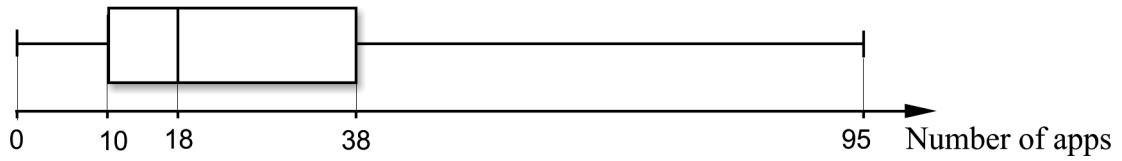
b) Determine the angle  $y$ .

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. The equation  $x^2 + 25 = 0$  has two solutions. Write these down.

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. Berra, Emil and Elias carry out a statistical survey where they ask their 27 class mates: "How many apps have you installed on your phone?" They present the results of the 27 answers in the box plot below.



- a) Determine the interquartile range. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

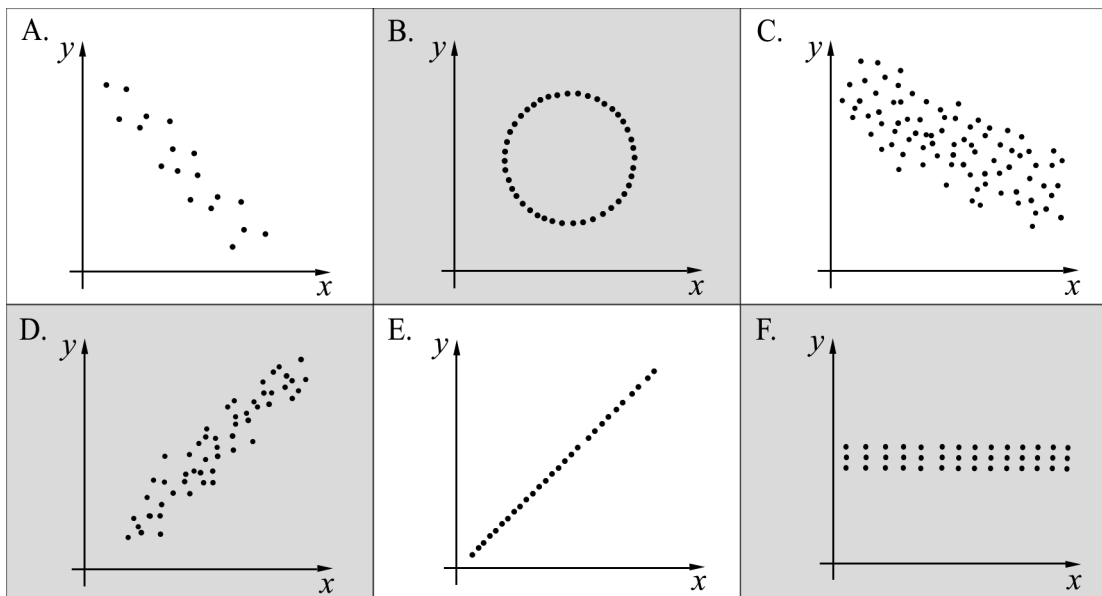
Only one class mate had installed exactly 38 apps.

- b) How many of the class mates had installed more than 38 apps?  
\_\_\_\_\_ (0/1/0)

5. Below are six scatter plots, A–F.

- a) Which of the scatter plots A–F has the strongest correlation between the variables  $x$  and  $y$ ? \_\_\_\_\_ (1/0/0)

- b) Which two of the scatter plots A–F have the correlation coefficient  $r = 0$ ? \_\_\_\_\_ (0/1/0)

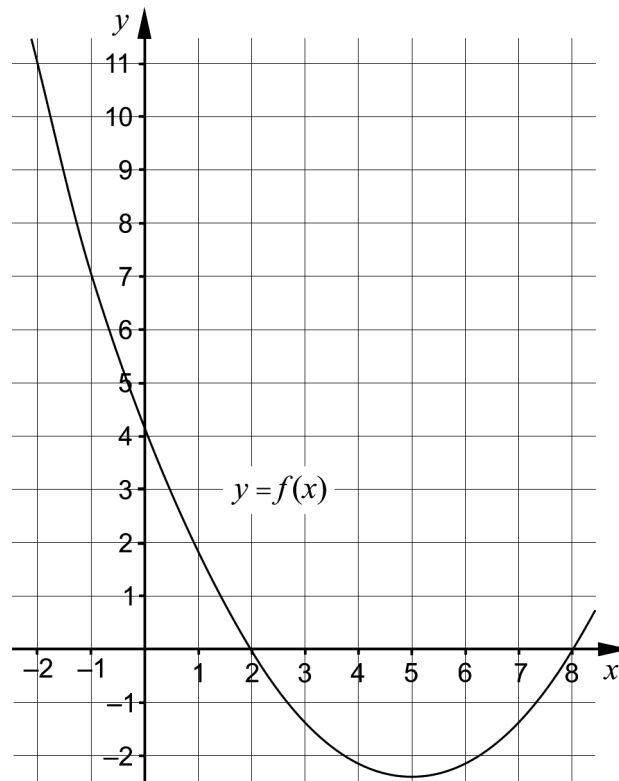


6. Solve the equations. Give exact answers.

a)  $5^x = 3$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $\left(1 + \frac{x}{100}\right)^{\frac{1}{3}} = 2$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. The figure shows a part of the graph of a quadratic function  $f$ , where  $y = f(x)$ .



a) Write down the zeroes of the function. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Determine  $f(11)$ . \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c) Solve the equation  $f(x+1) = -1$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

8. Simplify the following expression as far as possible.

$(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-1})(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1})$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

9. There are an infinite number of lines  $y = f(x)$  which intersect the  $x$ -axis at  $x = 4$   
It is possible to form quadratic functions  $g$  such that  $g(x) = x \cdot f(x)$ .  
The graphs of all such quadratic functions  $g$  pass through two mutual points.

Write down the coordinates for the two mutual points.

\_\_\_\_\_ (0/0/2)

**Part C:** Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

10. Karin has been given the task of solving the linear system  $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

She starts by solving both equations for  $y$  and rewrites the linear system to:

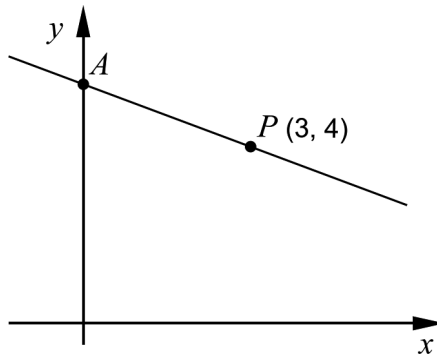
$$\begin{cases} y = -1.5x + 7 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$$

- a) Has Karin solved both equations for  $y$  correctly? Justify your answer. (1/0/0)
- b) Solve the linear system  $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$  algebraically. (2/0/0)

11. Solve the equations algebraically. Give exact answers.

- a)  $x^2 - 8x + 7 = 0$  (2/0/0)
- b)  $(x-4)^2 = 2(x-4)$  (0/2/0)
- c)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$  (0/0/2)

12. The figure shows a straight line that passes through the point  $P(3, 4)$ . The line intersects the positive  $y$ -axis at a point  $A$ . The distance between the origin and the point  $A$  is equal to the distance between the origin and the point  $P$ .



Determine the equation of the straight line that passes through the points  $A$  and  $P$ .

(0/3/0)

13. A function  $f$  can be written in the form  $f(x) = kx + m$  where  $k$  and  $m$  are constants. Investigate what values  $k$  and  $m$  can have in order for the equality  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  to be true for all values of  $a$  and  $b$ . (0/1/1)

14. a) Solve the equation and give an exact answer.

$$100^x = 10^{1+\lg 50} \quad (0/0/1)$$

- b) Which of the intervals A–F contains the solution to the equation  $100^x = 10^{1+\lg 50}$ ? Justify your answer. (0/0/2)

A.  $-1 \leq x < -0.5$

B.  $-0.5 \leq x < 0$

C.  $0 \leq x < 0.5$

D.  $0.5 \leq x < 1$

E.  $1 \leq x < 1.5$

F.  $1.5 \leq x < 2$

<b>Part D</b>	Problems 15–23 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes.
<b>Resources</b>	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 21 C- and 16 A-points.

- Level requirements for test grades
- E: 13 points
  - D: 22 points of which 7 points on at least C-level
  - C: 29 points of which 12 points on at least C-level
  - B: 37 points of which 5 points on A-level
  - A: 44 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: _____
Date of birth: _____
Educational programme: _____



**Part D:** Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

15. Determine the equation of two different straight lines that intersect at the point  $(1, 4)$ . (2/0/0)

16. Sandor is going to start a business where he will make and sell macarons.



He assumes that he will be able to sell all the macarons he makes for SEK 5 each. When selling  $x$  macarons, Sandor makes SEK  $P$ .

- a) Write down the relation for  $P$  as a function of  $x$ . *Only answer is required* (1/0/0)

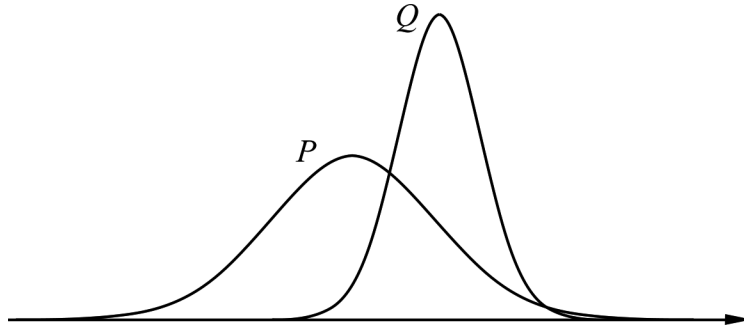
When Sandor starts his business he has to buy baking equipment at a cost of SEK 510. The ingredients for each macaron cost SEK 1.50. The function  $K(x) = 1.5x + 510$  describes the total manufacturing cost when manufacturing  $x$  macarons.

- b) Determine the minimum numbers of macarons Sandor has to sell in order to make a profit. (2/0/0)

17. The observations in a normally distributed data set have the mean value 250 and the standard deviation 5.

a) Show that 15.9% of the observations of the data set has a value greater than 255. (1/0/0)

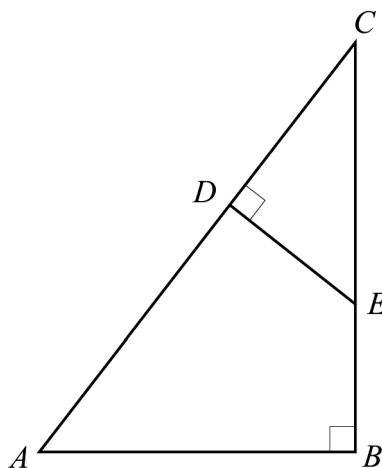
b) The figure shows two bell curves.



One of the curves shows the data set from the a)-task and the other a normally distributed data set with the standard deviation 10.

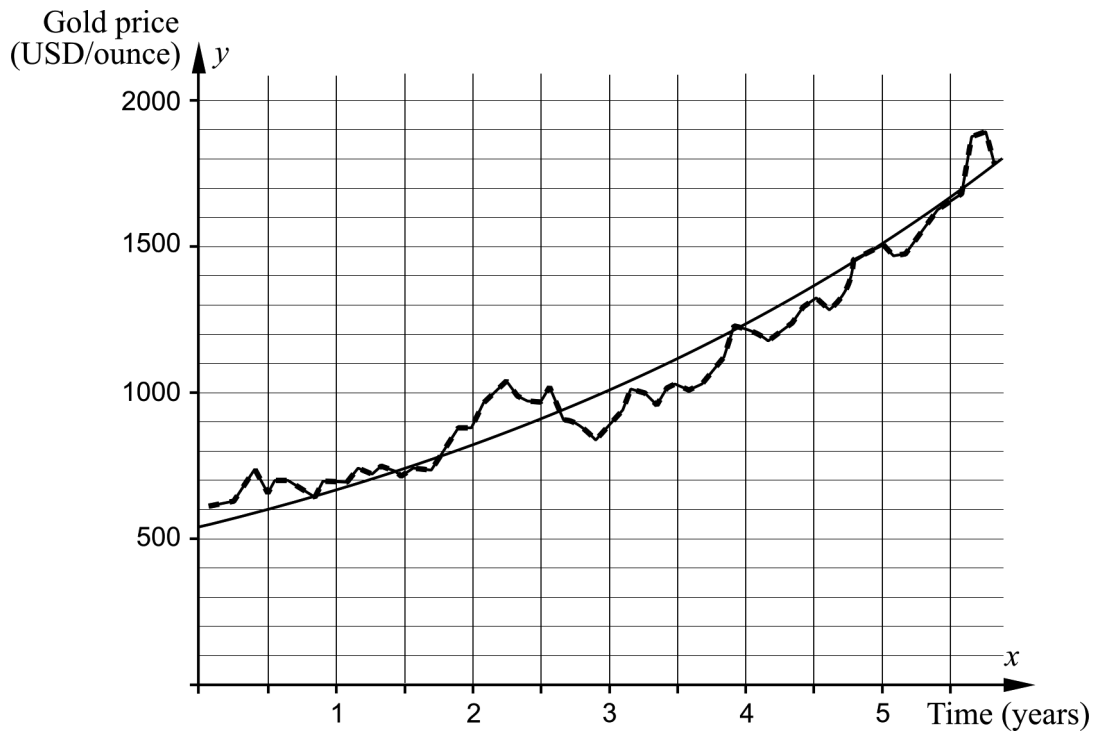
Determine which of the data sets can be seen in bell curve  $Q$ . Justify your answer. (0/1/0)

18. In the figure below, the triangle  $CDE$  is drawn inside another triangle  $ABC$ . The distance  $CD$  has the length 4.0 cm, the distance  $BC$  has the length 9.0 cm and the distance  $AB$  has the length 6.0 cm.



Calculate the length of the distance  $CE$ . (0/3/0)

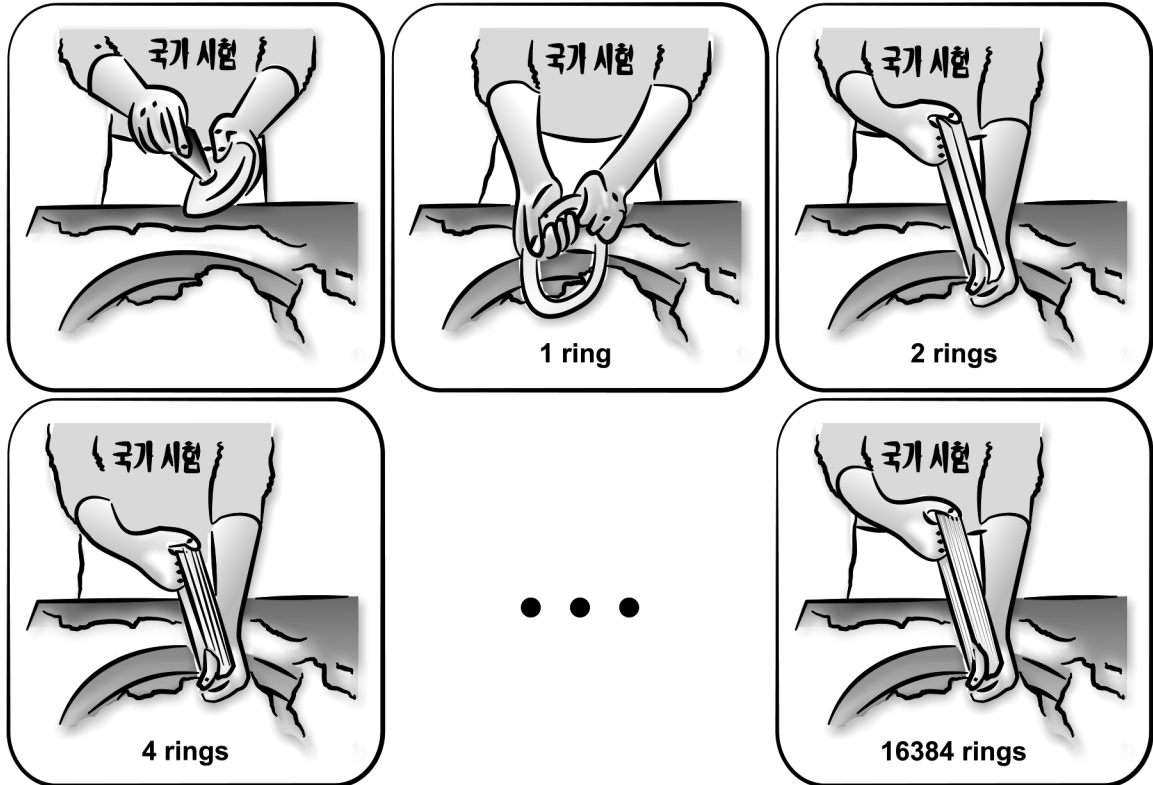
19. The diagram shows the price trends of gold and the graph of an exponential function that has been adjusted to the values. The  $x$ -axis shows the time in years after January 1, 2006 and the  $y$ -axis shows the gold price in USD/ounce.



Determine the adjusted exponential function.

(0/2/0)



20. The South Korean sweet Kkultarae is made from a piece of firm honey that is dipped into cornflour. A hole is made in the middle of the lump and the lump is then stretched into a ring. The ring is dipped into cornflour and then twisted and folded so that two rings are formed. The rings are twisted and folded yet another time so that four rings are formed, see figure.



The twists and folds are repeated until a bunch of 16 384 thin rings are formed. Determine how many times the number of rings has doubled, in total.

(0/2/0)

21. Sanna makes bracelets from reindeer leather, tin thread and silver beads. She makes two different kinds of bracelets, see table.

Type of bracelet	Material consumption	Total material cost
 Bracelet with four strand braid	550 cm tin thread 25 cm reindeer leather	SEK 110.50
 Double bracelet with single braid and silver beads	350 cm tin thread 50 cm reindeer leather 20 silver beads	SEK 146

The silver beads cost SEK 3/piece. Calculate the cost in SEK/m for the tin thread and the cost in SEK/m for the reindeer leather.

(0/3/0)

22. When replacing windows in an old brick building, wooden heads are needed above the rectangular windows. The upper edge of the heads have the same shape as the graph of a quadratic function, see figure 1.

The width of a head is 120 cm and the largest height is 30 cm, see figure 2.



Figure 1

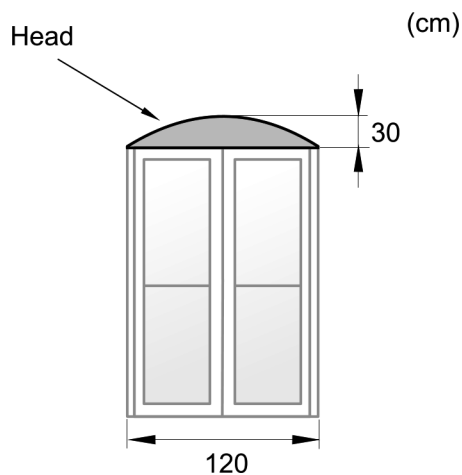


Figure 2

The woodworks which will make the wooden heads want to determine a quadratic function in order to make a model of the head.

Determine a quadratic function that describes the upper edge of the head.

(0/0/3)

23. There are different rules of thumb that are considered to give more beautiful pictures when arranging a photo. According to the rule of thirds, the motif should be placed one third from the edge of the picture, see figure 1.

The golden ratio is another rule of thumb that can be used for dividing the width of a picture into harmonic proportions, see the fact box and figure 2.

A distance is divided according to the golden ratio if the shorter section is to the longer section as the longer section is to the whole distance, that is:

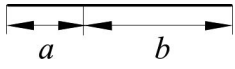
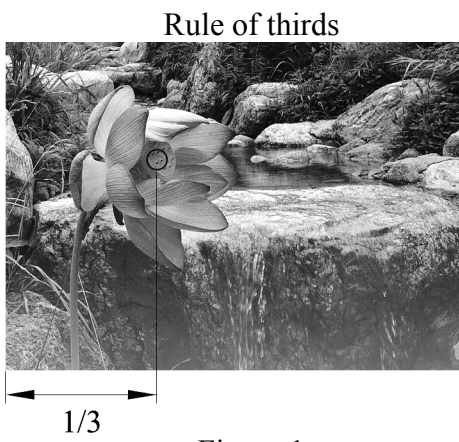
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$$



Figure 1

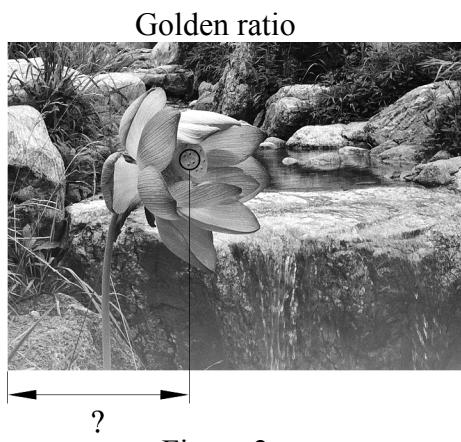


Figure 2

Determine where the motif should be placed, regardless of the size of the picture, if the golden ratio is used instead of the rule of thirds.

(0/0/3)

# Innehållsförteckning

Inledning.....	3
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b ....	4
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	4
Bedömningsmodeller.....	4
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....	5
2. Bedömningsanvisningar .....	7
Läsanvisning.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov B .....	7
Instruktioner för bedömning av delprov C .....	8
Instruktioner för bedömning av delprov D .....	10
3. Exempel på bedömda elevlösningar.....	13
Uppgift 10.a.....	13
Uppgift 11.a.....	14
Uppgift 11.b.....	14
Uppgift 11.c.....	15
Uppgift 12.....	16
Uppgift 13.....	17
Uppgift 14.b.....	19
Uppgift 15.....	19
Uppgift 16.b.....	20
Uppgift 17.a.....	21
Uppgift 17.b.....	21
Uppgift 18.....	23
Uppgift 19.....	25
Uppgift 20.....	25
Uppgift 21.....	27
Uppgift 22.....	30
Uppgift 23.....	32
4. Instruktioner för sammanvägning till ett provbetyg.....	34
Sammanvägning till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2b .....	34
Resultaten på provet i relation till kursbetyget.....	34
5. Kopieringsunderlag och webbmaterial.....	35
Övrigt webbmaterial.....	35
Sammanställning av elevresultat .....	36
Provsammanställning – Kunskapskrav.....	38
Provsammanställning – Centralt innehåll.....	39
Centralt innehåll Matematik 2b .....	40

## Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2b. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 5).



# 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknfel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

## Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E <sub>P</sub>
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E <sub>P</sub>

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

## Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E <sub>P</sub>
med korrekt bestämning av...	+1 E <sub>P</sub>
Godtagbar verifiering av...	+1 E <sub>P</sub>

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.*

## Modell 3:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> och 1 C <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> , 1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

## Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\quad}, \sqrt[n]{\quad}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, ( ), \%, \{, \text{VL}, \text{HL},$ symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. $x$ -led, $y$ -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationsystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

## 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

### Läsanvisning


*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

### Instruktioner för bedömning av delprov B

- |           |  |                    |
|-----------|--|--------------------|
| <b>1.</b> |  | <b>Max 2/0/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar (t.ex. $(0, 2)$ )   | +1 E <sub>P</sub>  |
| b)        | Korrekt svar (t.ex. $y = 3x + 3$ )   | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>2.</b> |  | <b>Max 2/0/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar ( $82^\circ$ )  | +1 E <sub>B</sub>  |
| b)        | Korrekt svar ( $49^\circ$ )  | +1 E <sub>PL</sub> |
|           | <i>Kommentar:</i> En korrekt beräkning av vinkeln $y$ baserat på en felaktigt bestämd vinkel $x$ ger poäng på deluppgift b). |                    |
| <b>3.</b> |  | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar ( $x = \pm 5i$ )  | +1 E <sub>P</sub>  |
| <b>4.</b> |  | <b>Max 1/1/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar (28)  | +1 E <sub>B</sub>  |
| b)        | Korrekt svar (6)   | +1 C <sub>B</sub>  |
| <b>5.</b> |  | <b>Max 1/1/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar (E)   | +1 E <sub>B</sub>  |
| b)        | Korrekt svar (B och F)   | +1 C <sub>B</sub>  |

- 6.** **Max 1/1/0**
- a) Korrekt svar ( $x = \frac{\lg 3}{\lg 5}$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $x = 700$ ) +1 C<sub>P</sub>
- 7.** **Max 1/1/1**
- a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $x_1 = 2$  och  $x_2 = 8$ ) +1 E<sub>B</sub>
- Kommentar:* Svar som innehåller både  $x$ - och  $y$ -koordinater t.ex. (2, 0) och (8, 0) ges noll poäng.
- b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (7) +1 C<sub>B</sub>
- c) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $x_1 = 1,7$  och  $x_2 = 6,3$ ) +1 A<sub>B</sub>
- 8.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (2) +1 A<sub>P</sub>
- 9.** **Max 0/0/2**
- Anger koordinaterna för minst en korrekt punkt +1 A<sub>PL</sub>  
 med korrekt svar ((0, 0) och (4, 0)) +1 A<sub>PL</sub>

## Instruktioner för bedömning av delprov C

- 10.** **Max 3/0/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Nej, det borde stå  $-7$  i den andra ekvationen.”) +1 E<sub>R</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- b) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 4, y = 1$ ) +1 E<sub>P</sub>

**11. Max 2/2/2**

- a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 1, x_2 = 7$ ) +1 E<sub>P</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till  $x^2 - 10x + 24 = 0$  +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 4, x_2 = 6$ ) +1 C<sub>P</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- c) Godtagbar ansats, visar insikt om att  $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$  eller förenklar ekvationen till  $8 = \frac{1}{x^3}$  +1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = \frac{1}{2}$ ) +1 A<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



**12. Max 0/3/0**

- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan  $P$  och origo, 5 +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = -\frac{1}{3}x + 5$ ) +1 C<sub>PL</sub>

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



**13. Max 0/1/1**

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang, kommer utifrån ett eller flera specialfall eller utifrån ett generellt resonemang fram till att $m = 0$ eller att $k$ kan ha vilket värde som helst. 1 C <sub>R</sub>	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, kommer utifrån ett generellt resonemang fram till att $m = 0$ och att $k$ kan ha vilket värde som helst. 1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



14. **Max 0/0/3**
- a) Godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex.  $x = \frac{1 + \lg 50}{2}$ ) +1 A<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar (E:  $1 \leq x < 1,5$ ) +1 A<sub>B</sub>  
 med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som styrker att  
 alternativ E är korrekt +1 A<sub>R</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



## Instruktioner för bedömning av delprov D

15. **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer en linje som går genom punkten (1, 4) +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex.  $y = x + 3$  och  
 $y = 2x + 2$ ) +1 E<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



16. **Max 3/0/0**
- a) Korrekt svar ( $P(x) = 5x$ ) +1 E<sub>M</sub>  
*Kommentar:* Även svaret  $P = 5x$  anses vara korrekt.
- b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen  $5x = 1,5x + 510$  +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (146 makroner) +1 E<sub>M</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



17. **Max 1/1/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang som baseras på att 15,9 % motsvarar den  
 del av observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över  
 medelvärdet +1 E<sub>R</sub>





*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- b) Godtagbart välgrundat resonemang med korrekt svar (t.ex. ” $Q$  visar  
 materialet med standardavvikelsen 5 eftersom den kurvan är smalare.”) +1 C<sub>R</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



- 18.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. beräknar längden av någon relevant sträcka +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,8 cm) +1 C<sub>P</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C<sub>K</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 19.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, väljer exponentialfunktion av typen  $y = C \cdot a^x$  och bestämmer  $C$   
 eller  
 ställer upp en godtagbar ekvation för bestämning av  $a$ , t.ex.
- $$1500 = 600 \cdot \frac{a^5}{a^{0,5}} \quad +1 C_M$$
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex.  $y = 542 \cdot 1,23^x$ ) +1 C<sub>M</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 20.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt i att det är ekvationen  $2^x = 16384$  som ska lösas +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14 gånger) +1 C<sub>PL</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 21.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ("Renskin kostar 46 kr/m och tenntråd 18 kr/m.") +1 C<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C<sub>K</sub>
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 



22.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, bestämmer maximipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem

+1 A<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade

koordinatsystemet (t.ex.  $y = -\frac{1}{120}x^2 + x$ )

+1 A<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



23.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, ställer upp en korrekt ekvation för gyllene snittet i en

variabel, t.ex.  $\frac{1-b}{b} = \frac{b}{1}$

+1 A<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Motivet ska placeras 38 % in i bildens bredd.”)

+1 A<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



### 3. Exempel på bedömda elevlösningar

#### Uppgift 10.a

##### Elevlösningsexempel 10.a.1 (0 poäng)

a) Nej, Karin har skrivit om den andra ekvationen fel.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett svar där det inte framgår var i den andra ekvationen som Karin gjort fel och därmed anses inte kraven för en resonemangs-poäng på E-nivå vara uppfyllda.

##### Elevlösningsexempel 10.a.2 (0 poäng)

Karin har inte löst ut  $y$  korrekt ur ekvationerna. Det hon glömmet på ekvation 2 är att flytta över sjuan så att den blir negativ och  $y$  blir själv på den sidan.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett resonemang där det varken framgår på vilken sida  $y$  finns eller vilket tecken  $y$  har efter att "sjuan" har flyttats över. Därmed anses inte kraven för resonemangs-poäng på E-nivå vara uppfyllda.

##### Elevlösningsexempel 10.a.3 (1 ER)

Svar: Nej, hon glömde att när man byter sida om = tecknet byter det också tecken, alltså den positiva sjuan i andra ekvationen blir negativ.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller ett godtagbart enkelt resonemang om vilket fel Karin gjorde i sin lösning av ekvationssystemet. Lösningen ges en resonemangs-poäng på E-nivå.

## Uppgift 11.a

## Elevlösningsexempel 11.a.1 (0 poäng)

$$a) x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 7}$$

$$x = -4 \pm \sqrt{16 - 7}$$

$$x = -4 \pm 3$$

Svar:  $x_1 = -7$  och  $x_2 = -1$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

## Uppgift 11.b

## Elevlösningsexempel 11.b.1 (0 poäng)

$$(x-4)^2 = 2(x-4)$$

$$x-4 = 2$$

$$x = 6$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en förkortning med  $(x-4)$  vilket leder till att en lösning försvinner. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats och ges noll poäng.

## Uppgift 11.c

## Elevlösningsexempel 11.c.1 (0 poäng)

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$$

$$\left(\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{4}{8} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

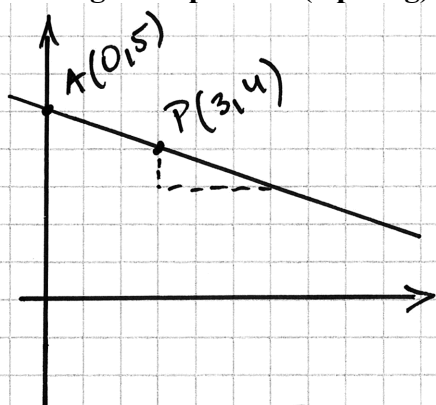
$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\underline{\text{Svar}} = x = 0,5$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en felaktig metod där båda leden kvadreras. Beräkningarna som följer är felaktiga och trots ett korrekt svar ges lösningen noll poäng.

## Uppgift 12

## Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3}$$

Den skär  $y$ -axeln  
på  $y=5$

$$y = kx + 5$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 5$$

$$\text{Svar: } y = -\frac{1}{3}x + 5$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller ett korrekt svar men eftersom redovisning saknas till hur punkten A:s  $y$ -koordinat har tagits fram anses detta inte som en godtagbar ansats som uppfyller kravet för problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (2 C<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$$\text{Svar: } y = -\frac{1}{3}x + 5$$

$$y = kx + m$$

$s$  = sträckan mellan  
origo & punkt A

$$\sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = s \quad m = 5$$

$$\sqrt{9+16} = s$$

$$\sqrt{25} = s$$

$$s = 5$$

$$y = 5$$

$$A = (0, 5)$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$k = \frac{5-4}{0-3}$$

$$k = \frac{1}{-3}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en korrekt bestämning av linjens ekvation. Lösningen är möjlig att följa och förstå men innehåller vissa brister. T.ex. saknas förklarande text och hänvisning till figur med införda beteckningar. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 13

## Elevlösningsexempel 13.1 (0 poäng)

$$k(a+b) + m = (ka+m) + (kb+m)$$

$m$  ska för enkelheten vara 0 för annars måste man ta med det i beräkningarna också.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt svar för konstanten  $m$  men saknar välgrundat resonemang till varför  $m = 0$  och därmed anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 13.2 (1 CR)

$$f(a+b) = f(a) + f(b)$$

$$k(a+b) + m = k \cdot a + m + k \cdot b + m$$

$$k(a+b) + m = ka + kb + 2m$$

$$a = 1 \quad b = 2$$

$$k \cdot (1+2) + m = k \cdot 1 + m + k \cdot 2 + m$$

$$k \cdot 3 + m = k \cdot 1 + m + k \cdot 2 + m$$

$$3k + m = 3k + 2m$$

$$3k = 3k + m$$

$$m = 0$$

Svar:  $k = \text{alla tal}$  och  $m = 0$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja. Resonemanget bygger dock på ett enda specialfall och anses därmed nätt och jämnt vara välgrundat. Motiveringen till  $m = 0$  anses vara godtagbar men motivering till varför  $k$  kan vara "alla tal" saknas. Elevlösningen anses därmed uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå men inte för resonemangspoäng på A-nivå.

## Elevlösningsexempel 13.3 (1 CR)

$$f(x) = kx + m$$

$$f(a+b) = k(a+b) + m = ka + kb + m$$

$$f(a) = ka + m$$

$$f(b) = kb + m$$

$$f(a) + f(b) = ka + m + kb + m = ka + kb + 2m$$

Om  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  är  $m=0$  då  $m=2m$   
 $k$  samma i båda, spelar ingen roll

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja med en välgrundad motivering för  $m=0$ . Trots att insikt visas i att konstanten  $k$  är "samma i båda, spelar ingen roll" anses inte detta motsvara ett välgrundat och nyanserat resonemang eftersom det inte tydligt framgår att  $k$  kan anta vilket värde som helst. I och med detta anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på A-nivå.

## Elevlösningsexempel 13.4 (1 CR och 1 AR)

$$f(x) = kx + m$$

$$f(a+b) = f(a) + f(b)$$

$$ka + kb + m = ka + m + kb + m$$

$$k(a+b) + m = ka + m + kb + m$$

$$\cancel{ka} + \cancel{kb} + m = \cancel{ka} + \cancel{kb} + m + m$$

$$m = m + m$$

$$m - m = m + m - m$$

$$0 = m$$

Svar:  $m$  ska vara 0

och  $k$  kan vara vad

som helst eftersom den

försvinner.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett generellt matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja som leder till en korrekt slutsats. Redovisningen är inte helt tydlig men resonemanget anses ändå vara välgrundat och nyanserat i och med den motivering som finns i svaret. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en resonemangspoäng på A-nivå.

## Uppgift 14.b

Elevlösningsexempel 14.b.1 (1 A<sub>B</sub>)

$\lg 50$  är mellan 1 och 2. Detta delut på två, plus en halv är mindre än 1,5 men större än ett.

$$\text{Svar: } E, 1 \leq x < 1,5$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt svar. Förklaringen som leder fram till svaret anses dock inte välgrundad och nyanserad i och med att påståendet att  $\lg 50$  ligger mellan 1 och 2 inte motiveras. Därmed uppfylls inte kraven för resonemangs-poängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 14.b.2 (1 A<sub>B</sub> och 1 A<sub>R</sub>)

$$\begin{aligned} \lg 100 &= 2 \\ \lg 10 &= 1 \end{aligned} \quad \text{då är } \lg 50 \text{ mellan 1 och 2}$$

$$\begin{aligned} \max x &= \frac{1+2}{2} = 1,5 \\ \min x &= \frac{1+1}{2} = 1 \end{aligned} \quad x \text{ däremellan}$$

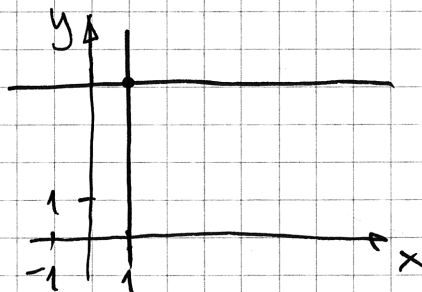
Svar:  $x$  ligger i  $E$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller förutom ett korrekt angivet intervall en förklaring till varför detta intervall är det korrekta. Det framgår av lösningen att  $\lg 50$  ligger "mellan 1 och 2" i och med jämförelsen med  $\lg 10$  och  $\lg 100$ . Lösningen anses därmed uppfylla kraven för en begrepps-poäng och en resonemangs-poäng på A-nivå.

## Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (2 E<sub>PL</sub>)

$$\begin{aligned} (1, 4) \\ y &= 4 \\ x &= 1 \end{aligned}$$



*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en grafisk lösning med två korrekt angivna ekvationer. Lösningen ges båda problemlösningspoängen på E-nivå.



## Uppgift 16.b

Elevlösningsexempel 16.b.1 (1 E<sub>M</sub>)

Sandor har kostnader för utrustning och ingredienser.

Utrustning: 510 kr    Ingredienser/makron: 1,50 kr

Funktionen:  $K(x) = 1,5x + 510$

För att Sandor ska gå med vinst måste han sälja så många makroner att han får in mer pengar än han gett ut.

Svar: För att Sandor ska gå med vinst måste han minst sälja 146 st.

$$K(146) = 1,5 \cdot 146 + 510 = 729 \text{ kr}$$

$$146 \cdot 5 = 730 \text{ kr}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en prövning där det framgår att Sandor får in 730 kr för 146 sålda makroner och att detta är mer än tillverkningskostnaden. Detta anses motsvara en godtagbar ansats men verifiering saknas för att det är det minsta antalet makroner som han ska sälja för att gå med vinst. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 16.b.2 (2 E<sub>M</sub>)

$$3,5x = 510$$

$$x \approx 146$$

Svar: För att gå med vinst måste Sandor sälja 146 makroner.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en knapphändig men korrekt lösning som ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

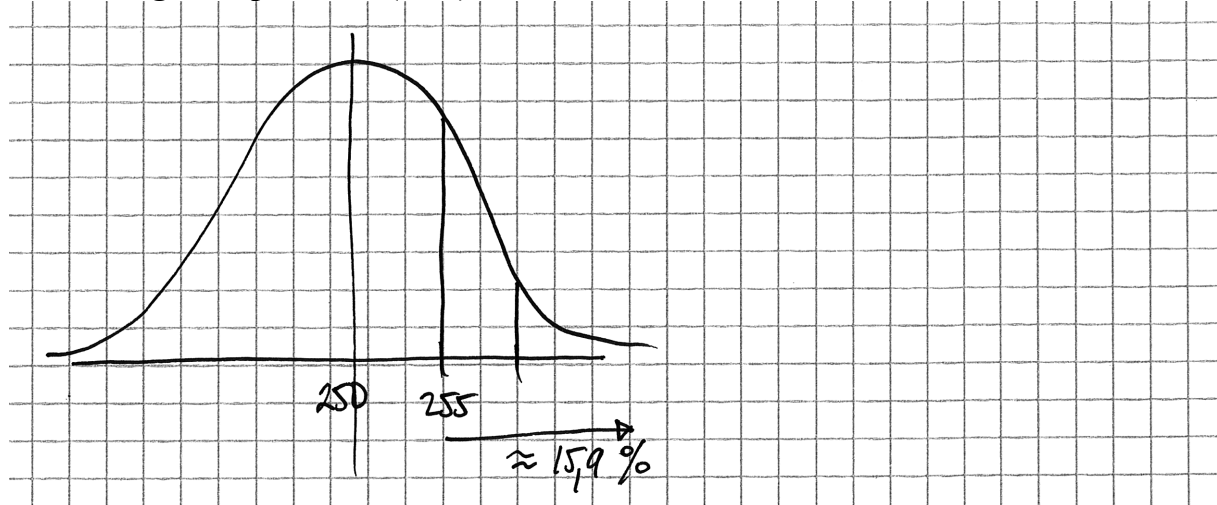
## Uppgift 17.a

## Elevlösningsexempel 17.a.1 (0 poäng)

$$13,6 + 2,3 = 15,9 \%$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt beräknade procentsatser utan koppling till att det motsvarar andelen observationer som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Resonemanget anses därmed inte uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

## Elevlösningsexempel 17.a.2 (1 ER)



*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt den del av normalfördelningskurvan som motsvarar observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Trots att det inte explicit visas att andelen observationer motsvarar 15,9 % anses lösningen vara tillräcklig för att nått och jämnt motsvara kraven för ett enkelt resonemang på E-nivå.

## Uppgift 17.b

## Elevlösningsexempel 17.b.1 (0 poäng)

Q visar materialet från fråga A eftersom att man tydligt kan se att materialet i P har en större avvikelse från medelvärdet.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen anges det korrekt att det är Q som har standardavvikelsen 5. Det utvecklas däremot inte hur ”man tydligt kan se att materialet i P har en större avvikelse från medelvärdet”. Resonemanget anses därmed inte vara välgrundat och kraven för resonemangspoäng på C-nivå uppfylls därmed inte.

**Elevlösningsexempel 17.b.2 (1 CR)**

Kurva Q har standardavvikelsen 5.  
 Det ser man för att den är smalare.

**Elevlösningsexempel 17.b.3 (1 CR)**

Den visar standardavvikelsen "5"  
 eftersom en lägre standardavvikelse ger  
 "snävrare" kurva.

**Elevlösningsexempel 17.b.4 (1 CR)**

Standardavvikelsen 5 visar  
 kurva Q för att den är högre

**Elevlösningsexempel 17.b.5 (1 CR)**

Q-KURVAN VISAR MATERIALET I A-UPPG.  
 DENNA KURVAN ÄR BRANTARE OCH DET  
 BETYDER ATT DET ÄR KORTARE, MINDRE  
 AVSTÅND MELLAN TALEN.

*Bedömningskommentar till exemplen:* Elevlösningarna 2, 3, 4 och 5 visar exempel på godtagbara resonemang som anses uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 18

## Elevlösningsexempel 18.1 (2 Cp)

$$6^2 + 9^2 = 117$$

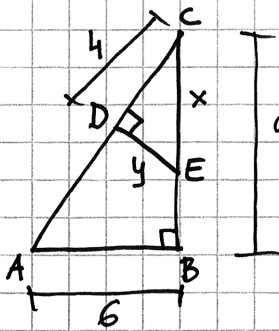
$$\sqrt{117} \quad C\# = x$$

$$\frac{x \cdot \sqrt{117}}{\sqrt{117}} = \frac{4 \cdot \sqrt{117}}{9}$$

$$x \approx 4,81 \text{ cm}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation finns inga motiveringar till beräkningarna eller hänvisningar till figuren. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 18.2 (2 Cp)



$$\frac{4}{9} = \frac{y}{6}$$

$$y = \frac{24}{9} \approx 2,67$$

Pythagoras:  $x^2 = y^2 + 4^2$

$$x = \sqrt{16 + \left(\frac{24}{9}\right)^2}$$

$$x \approx 4,8 \text{ cm}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Såväl  $x$  som  $y$  är definierade genom figuren. Lösningen saknar hänvisning till att de två trianglarna  $ABC$  och  $CDE$  är likformiga. Utelämnandet av detta leder till att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 18.3 (2 C<sub>P</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$\frac{y}{6} = \frac{4}{9}$   
 $y = \frac{6 \cdot 4}{9} = 2,6667$

Pythagoras sats  
 $= a^2 + b^2 = c^2$   
 $4^2 + 2,6667^2 = x^2$   
 $16 + 7,111 = 23,111$   
 $\sqrt{23,111} = 4,8 \text{ cm}$

Svar: Sträckan CE är 4,8 cm

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning av uppgiften. Gällande kommunikation finns det vissa brister. T.ex. är inte  $y$  utsatt i någon av figurerna även om det framgår av den nedre figuren att det är sträckan  $DE$  som avses. Någon explicit förklaring till varför trianglarna är likformiga ges inte heller även om detta framgår genom markering av motsvarande lika vinklar. Trots bristerna är lösningen möjlig att följa och förstå och sammantaget bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 19

## Elevlösningsexempel 19.1 (2 CM)

Exp. funktion  $y = C \cdot a^x$

y - guldpriis x - tid a - faktor

C - startvärde ca 540

Trå punkter (0, 540) och (0,5, 600)

Sätter in punkterna under LIST på räknaren och kör ExpReg (regression)

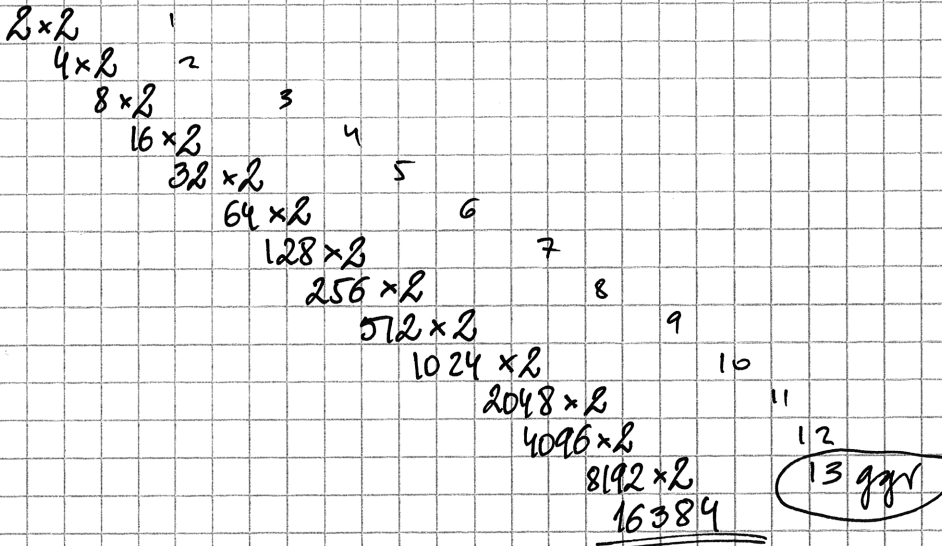
Får  $y = 540 \cdot 1,23^x$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning där regression utförs med hjälp av ett digitalt hjälpmedel. Lösningen anses uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på C-nivå.

## Uppgift 20

## Elevlösningsexempel 20.1 (1 CPL)

Fördubblas:



*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar insikt i hur problemet ska lösas men första vikningen som motsvaras av 1·2 tas inte med. Detta leder till ett felaktigt svar men anses vara tillräckligt för att kraven för ansatspoängen ska vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 20.2 (2 C<sub>PL</sub>)

Antal ringar : 1 2 4 ... 16384

$\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$   
 $2^0$   $2^1$   $2^2$     $2^?$

(x2)

8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4098 8192 16384

$2^3$  4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

$2^{14} = 16384$    Svar: 14 ggr

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en systematisk prövning där insikt visas för att det är ekvationen  $2^x = 16384$  som ska lösas. Prövning i det här fallet anses vara en godtagbar metod och lösningen ges därmed båda problemlösningspoängen på C-nivå.

## Uppgift 21

## Elevlösningsexempel 21.1 (2 CM)

$$\begin{cases} 5,5x + 0,25y = 110,50 & (x-2) \\ 3,5x + 0,50y + 60 = 146 \end{cases}$$

$$- 11x - 0,50y = -221$$

$$+ \quad 3,5x + 0,50y + 60 = 146$$

$$- 7,5x + 60 = -75$$

$$x = 18$$

$$5,5 \cdot 18 + 0,25y = 110,50$$

$$0,25y = 11,5$$

$$y = 46$$

$\swarrow$  svar: Teakträäd kostar 18 kr/m  
 vasskinnusband 46 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas bland annat definierade variabler och en förklaring till vad "60" på andra raden står för. Även i övrigt saknas vissa mellanled vid beräkningar. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.



Elevlösningsexempel 21.2 (1 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)Armband med 4 fläta = A<sub>1</sub>Armband med enkelfläta = A<sub>2</sub>

Kostnad kr/m teumtråd Teumtråd = T

Kostnad kr/m renkeinusband Renke.band = R

Silverkulor 3 kr/styck

$$20 \text{ silverkulor} = 3 \cdot 20 = 60 \text{ kr}$$

$$146 \text{ kr} - 60 \text{ kr} = 86 \text{ kr}$$

Total kostnad båda banden  
(utan silverkulor):

$$\begin{cases} 550t + 25v = 110,5 \\ 350t + 50v = 86 \end{cases} \quad \begin{cases} 350 \cdot 0,18 + 50v = 86 \\ 63 + 50v = 86 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 550t + 25v = 110,5 \\ - (175t + 25v = 43) \end{cases} \quad \begin{cases} 50v = 23 \\ v = 0,46 \text{ kr/cm} \\ = 0,0046 \text{ kr/m} \end{cases}$$

$$375t = 67,5$$

$$t = 0,18 \text{ kr/cm} = 0,0018 \text{ kr/m}$$

Svar: teumtråden kostar 0,0018 kr/m  
och renkeinusband kostar 0,0046 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt så när som på svaret där enhetsomvandlingen är felaktig. Svaret blir i och med detta orimligt och kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå, variablerna är godtagbart definierade och matematiska symboler används godtagbart. Sammantaget ges lösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.3 (2 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$$x = \text{tennträd}$$

$$y = \text{renskiusband}$$

$$\begin{cases} 350x + 50y = 86 \\ 550x + 25y = 110,5 \end{cases}$$

— börja med att dra bort silverkulorna (60 kr)

$$\frac{50y = 86 - 350x}{2}$$

$$25y = 43 - 175x$$

$$550x + (43 - 175x) = 110,5$$

$$375x = 67,5$$

$$x = 0,18$$

$$350(0,18) + 50y = 86$$

$$\frac{50y = 23}{50}$$

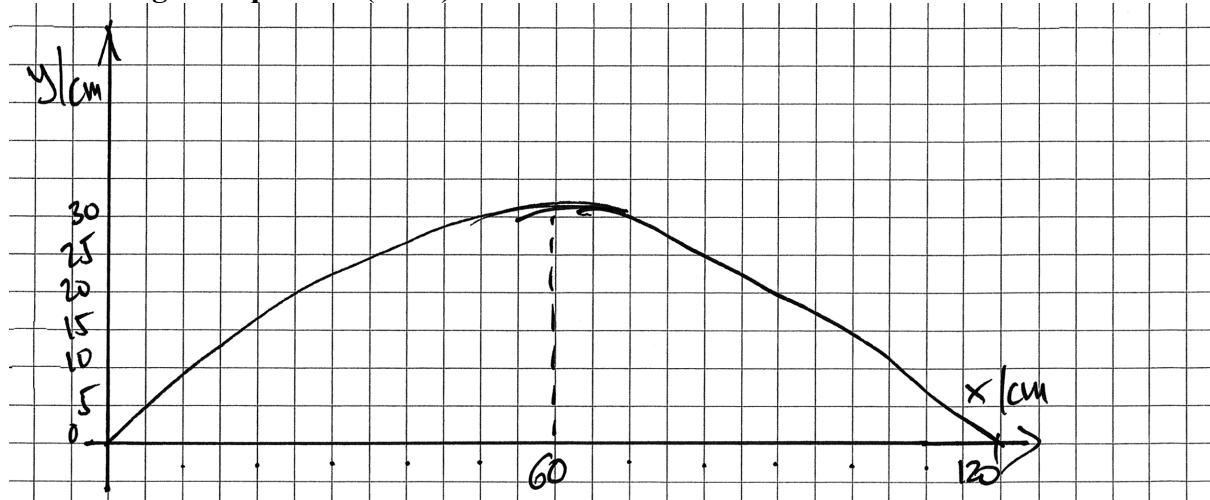
$$y = 0,46$$

$$\text{Svar: tennträd} = 18 \text{ kr/m}$$

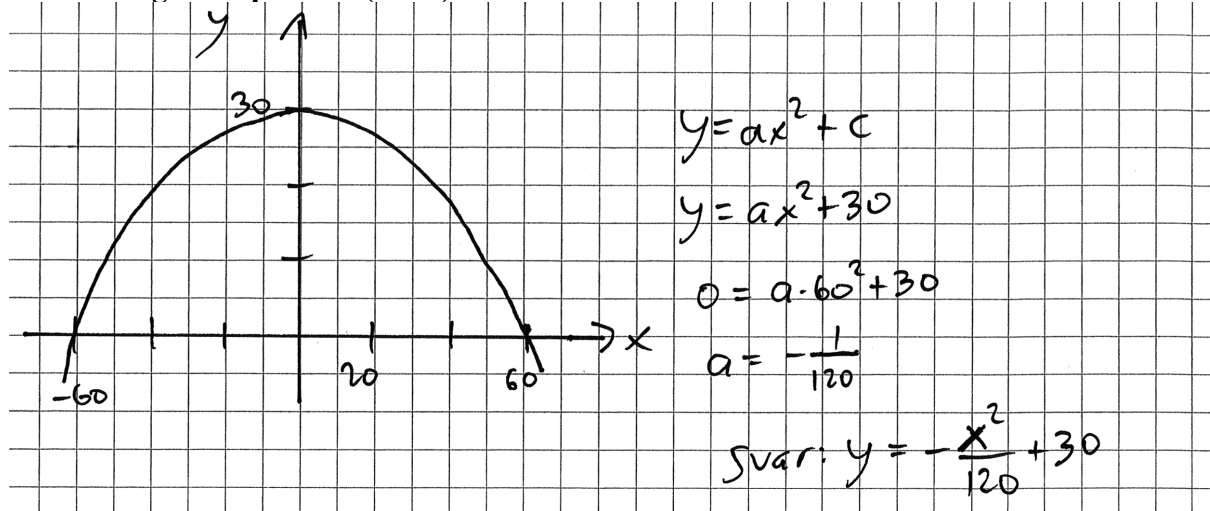
$$\text{Renskiusband} = 46 \text{ kr/m}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå. Variablerna är inte godtagbart definierade i början av lösningen men detta kompenseras delvis av att svaret innehåller korrekt enhet. På rad 5 och 11 utförs division av hela ekvationer vilket inte är matematiskt korrekt. Beräkningarna ger  $x = 0,18$  och  $y = 0,46$  men svaret är angivet med korrekt enhet utan att omvandlingen redovisas. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng nått och jämnt vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nått och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 A<sub>M</sub>)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar grafen till en andragsgradsfunktion i ett definierat koordinatsystem. Funktionens maximum och nollställen framgår av figuren även om de tre punkternas koordinater inte är angivna. Trots dessa brister anses lösningen motsvara en anpassning av passbitens form till en matematisk modell. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 A<sub>M</sub>)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och mellanled i beräkningarna. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 22.3 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

Det finns 3 kända punkter:  $(0,0)$ ,  $(60,30)$  och  $(120,0)$

Andragradsfunktion:  $y = ax^2 + bx + c$

punkten  $(0,0)$  ger  $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0$

punkterna  $(60,30)$  och  $(120,0)$  ger

$$\begin{cases} 30 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & \textcircled{1} \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & \textcircled{2} \end{cases}$$

① multipliceras med  $-2$

$$\begin{cases} -60 = -7200a - 120b \\ 0 = 14400a + 120b \end{cases}$$

$$-60 = 7200a$$

$$a = -0,0083$$

$$120b = -14400a$$

$$b = \frac{-14400a}{120}$$

$$b = \frac{-14400(-0,0083)}{120}$$

$$b = 1$$

Svar: Funktionen kan vara

$$y = -0,0083x^2 + x$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Bland annat definieras de tre givna punkterna som punkter i ett koordinatsystem och formeln för en allmän andragradsfunktion anges. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (2 A<sub>M</sub>)

Jag sätter hela bredden till 15 cm.

$$a + b = 15$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$$

$$a = 15 - b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{15}$$

$$15a = b^2$$

$$15(15 - b) = b^2$$

$$b^2 + 15b - 225 = 0$$

$$b = -7,5 \pm \sqrt{7,5^2 + 225}$$

$$b = 9,27 \text{ cm}$$

$$a = 15 - 9,27 \text{ cm}$$

$$a = 5,73 \text{ cm}$$

Svar: Motivet ska vara 5,73 cm in från kanten.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen utgår från ett specialfall och motivets placering från ena kanten anges i cm och inte som en andel av bildens bredd. Sammantaget ges lösningen nätt och jämnt två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

Anta att bilden är 12 cm bred.

$$\text{Då är } a+b=12$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$$

$$a(a+b) = b^2$$

$$12a = b^2$$

$$a = 12 - b$$

$$12(12-b) = b^2$$

$$144 - 12b = b^2$$

$$b^2 + 12b - 144 = 0$$

$$b = -6 \pm \sqrt{36+144}$$

negativ längd går inte

$$b = 7,42 \text{ cm och } a = 12 - 7,42 = 4,58 \text{ cm}$$

Tredjedelsregeln 1/3 från kanten 33% in.

Jämför med gyllene snittet:  $\frac{a}{12}$

$$\text{d.v.s. } \frac{4,58}{12} \approx 38\%$$

Svar: Med gyllene snittet framnar motivet 38% från kanten istället för 33%.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar problemet i sin helhet. Lösningen utgår från ett specialfall och motivets placering anges som en andel av bildens totala bredd. Lösningen är välstrukturerad och lätt att följa och förstå. Trots att lösningen är baserad på ett specialfall bedöms den uppfylla kraven för två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.