**14.** **Max 0/0/3**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $x = \dfrac{1+\lg 50}{2}$) +1 $A_P$

b) Korrekt svar (E: $1 \le x < 1{,}5$) +1 $A_B$

med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som styrker att alternativ E är korrekt +1 $A_R$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

## Instruktioner för bedömning av delprov D

**15.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en linje som går genom punkten (1, 4) +1 $E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = x+3$ och $y = 2x+2$) +1 $E_{PL}$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**16.** **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar ($P(x) = 5x$) +1 $E_M$

*Kommentar:* Även svaret $P = 5x$ anses vara korrekt.

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $5x = 1{,}5x + 510$ +1 $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (146 makroner) +1 $E_M$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**17.** **Max 1/1/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang som baseras på att 15,9 % motsvarar den del av observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet +1 $E_R$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

b) Godtagbart välgrundat resonemang med korrekt svar (t.ex. ”*Q* visar materialet med standardavvikelsen 5 eftersom den kurvan är smalare.”) +1 $C_R$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**18.** **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar längden av någon relevant sträcka +1 $C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,8 cm) +1 $C_P$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 $C_K$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**19.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, väljer exponentialfunktion av typen $y = C \cdot a^x$ och bestämmer $C$
*eller*
ställer upp en godtagbar ekvation för bestämning av $a$, t.ex.
$1500 = 600 \cdot \dfrac{a^5}{a^{0,5}}$ +1 $C_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 542 \cdot 1,23^x$) +1 $C_M$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**20.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt i att det är ekvationen $2^x = 16384$ som ska lösas +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14 gånger) +1 $C_{PL}$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**21.** **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 $C_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”Renskinn kostar 46 kr/m och tenntråd 18 kr/m.”) +1 $C_M$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 $C_K$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**22.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer maximipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade koordinatsystemet (t.ex. $y = -\frac{1}{120}x^2 + x$) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 $A_K$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**23.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, ställer upp en korrekt ekvation för gyllene snittet i en variabel, t.ex. $\frac{1-b}{b} = \frac{b}{1}$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Motivet ska placeras 38 % in i bildens bredd.”) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 $A_K$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**Uppgift 14.b**

**Elevlösningsexempel 14.b.1 (1 $A_B$)**

lg 50 är mellan 1 och 2. Detta delat på två, plus en halv är mindre än 1,5 men större än ett.

Svar: E. $1 \leq x < 1{,}5$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt svar. Förklaringen som leder fram till svaret anses dock inte välgrundad och nyanserad i och med att påståendet att lg 50 ligger mellan 1 och 2 inte motiveras. Därmed uppfylls inte kraven för resonemangspoängen på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 14.b.2 (1 $A_B$ och 1 $A_R$)**

$\lg 100 = 2$

$\lg 10 = 1$

då är lg 50 mellan 1 och 2

$\max x = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$

$\min x = \frac{1+1}{2} = 1$

x däremellan

Svar: x ligger i E

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller förutom ett korrekt angivet intervall en förklaring till varför detta intervall är det korrekta. Det framgår av lösningen att lg 50 ligger ”mellan 1 och 2” i och med jämförelsen med lg 10 och lg 100. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för en begreppspoäng och en resonemangspoäng på A-nivå.

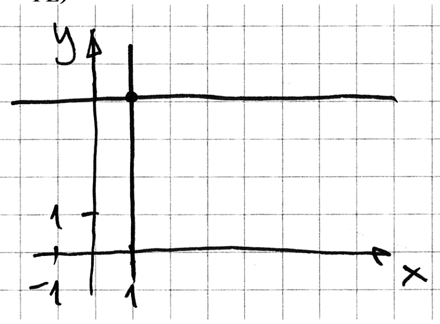
**Uppgift 15**

**Elevlösningsexempel 15.1 (2 $E_{PL}$)**

$(1,4)$

$y = 4$

$x = 1$




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en grafisk lösning med två korrekt angivna ekvationer. Lösningen ges båda problemlösningspoängen på E-nivå.

**Uppgift 16.b**

**Elevlösningsexempel 16.b.1 (1 $E_M$)**

Sandor har kostnader för utrustning och ingredienser.

Utrustning: 510 kr Ingredienser/makron: 1,50 kr

Funktionen: $K(x) = 1{,}5x + 510$

För att Sandor ska gå med vinst måste han sälja så många makroner att han får in mer pengar än han gett ut.

Svar: För att Sandor ska gå med vinst måste han minst sälja 146 st.

$K(146) = 1{,}5 \cdot 146 + 510 = 729$ kr

$146 \cdot 5 = 730$ kr

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en prövning där det framgår att Sandor får in 730 kr för 146 sålda makroner och att detta är mer än tillverkningskostnaden. Detta anses motsvara en godtagbar ansats men verifiering saknas för att det är det minsta antalet makroner som han ska sälja för att gå med vinst. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

**Elevlösningsexempel 16.b.2 (2 $E_M$)**

$3{,}5x = 510$

$x \approx 146$

Svar: För att gå med vinst måste Sandor sälja 146 makroner.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en knapphändig men korrekt lösning som ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

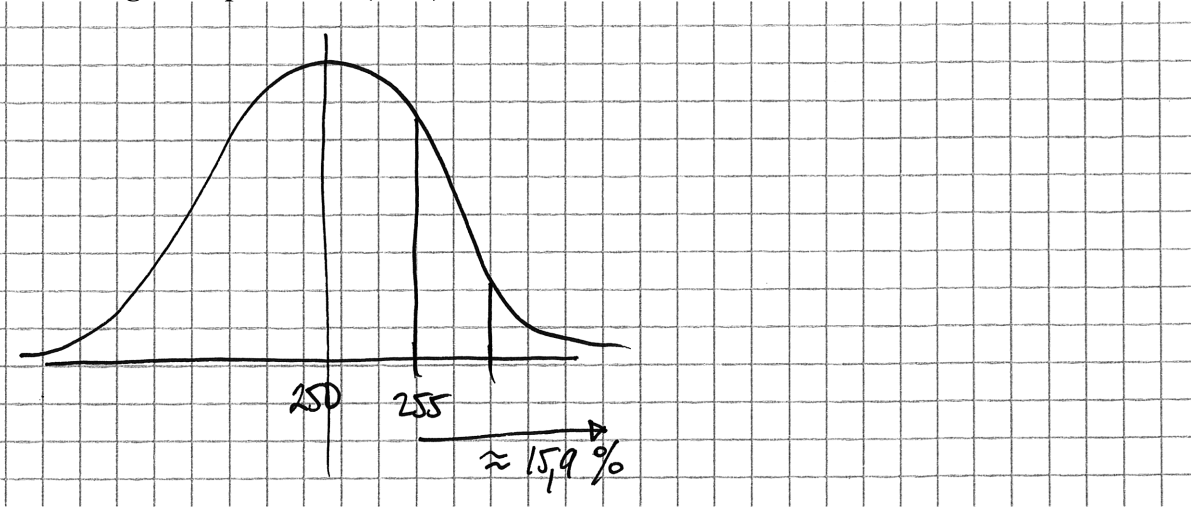
**Uppgift 17.a**

**Elevlösningsexempel 17.a.1 (0 poäng)**

$13{,}6 + 2{,}3 = 15{,}9\ \%$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt beräknade procentsatser utan koppling till att det motsvarar andelen observationer som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Resonemanget anses därmed inte uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

**Elevlösningsexempel 17.a.2 (1 $E_R$)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt den del av normalfördelningskurvan som motsvarar observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Trots att det inte explicit visas att andelen observationer motsvarar 15,9 % anses lösningen vara tillräcklig för att nätt och jämnt motsvara kraven för ett enkelt resonemang på E-nivå.

**Uppgift 17.b**

**Elevlösningsexempel 17.b.1 (0 poäng)**

Q visar materialet från fråga A eftersom att man tydligt kan se att materialet i P har en större avvikelse från medelvärdet.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen anges det korrekt att det är $Q$ som har standardavvikelsen 5. Det utvecklas däremot inte hur ”man tydligt kan se att materialet i $P$ har en större avvikelse från medelvärdet”. Resonemanget anses därmed inte vara välgrundat och kraven för resonemangspoäng på C-nivå uppfylls därmed inte.

**Elevlösningsexempel 17.b.2 (1 $C_R$)**

Kurva Q har standardavvikelsen 5.
Det ser man för att den är smalare.

**Elevlösningsexempel 17.b.3 (1 $C_R$)**

Den visar standardavvikelsen "5"
eftersom en lägre standardavvikelse ger
"snävare" kurva.

**Elevlösningsexempel 17.b.4 (1 $C_R$)**

Standardavvikelsen 5 visar
kurva Q för att den är högre

**Elevlösningsexempel 17.b.5 (1 $C_R$)**

Q-KURVAN VISAR MATERIALET I A-UPPG.
DENNA KURVAN ÄR BRANTARE OCH DET
BETYDER ATT DET ÄR KORTARE, MINDRE
AVSTÅND MELLAN TALEN.

*Bedömningskommentar till exemplen:* Elevlösningarna 2, 3, 4 och 5 visar exempel på godtagbara resonemang som anses uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 18

### Elevlösningsexempel 18.1 (2 $C_P$)

$6^2 + 9^2 = 117$

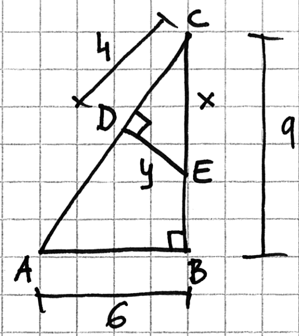
$\sqrt{117}$ $\quad CE = x$

$\frac{x}{\sqrt{117}} = \frac{4}{9} \quad \cdot\sqrt{117}$

$x \approx 4{,}81$ cm

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation finns inga motiveringar till beräkningarna eller hänvisningar till figuren. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

### Elevlösningsexempel 18.2 (2 $C_P$)




$\frac{4}{9} = \frac{y}{6}$

$y = \frac{24}{9} \approx 2{,}67$

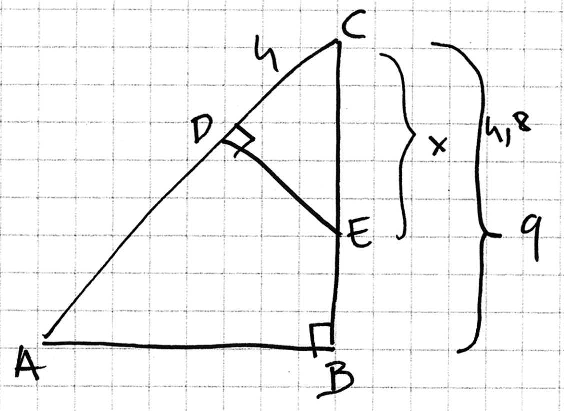
Pythagoras: $x^2 = y^2 + 4^2$

$x = \pm\sqrt{16 + \left(\frac{24}{9}\right)^2}$

$x \approx 4{,}8$ cm

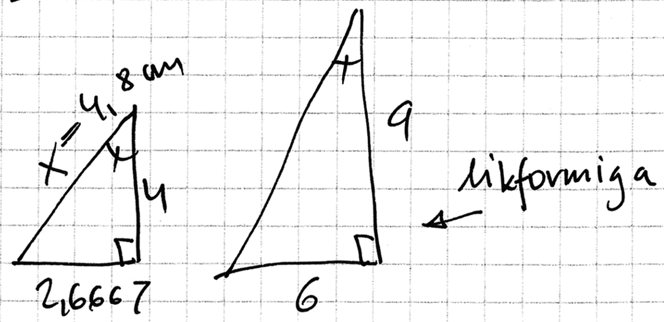
*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Såväl *x* som *y* är definierade genom figuren. Lösningen saknar hänvisning till att de två trianglarna *ABC* och *CDE* är likformiga. Utelämnandet av detta leder till att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 18.3 (2 $C_P$ och 1 $C_K$)**




$$\frac{y}{6} = \frac{4}{9}$$

$$y = \frac{6 \cdot 4}{9} = 2{,}6667$$




Pythagoras sats

$= a^2 + b^2 = c^2$

$4^2 + 2{,}6667^2 = x^2$

$16 + 7{,}111 = 23{,}111$

$\sqrt{23{,}111} = 4{,}8$ cm

Svar: Sträckan CE är 4,8 cm

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning av uppgiften. Gällande kommunikation finns det vissa brister. T.ex. är inte *y* utsatt i någon av figurerna även om det framgår av den nedre figuren att det är sträckan *DE* som avses. Någon explicit förklaring till varför trianglarna är likformiga ges inte heller även om detta framgår genom markering av motsvarande lika vinklar. Trots bristerna är lösningen möjlig att följa och förstå och sammantaget bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 19

### Elevlösningsexempel 19.1 (2 $C_M$)

Exp. funktion $y = C \cdot a^x$

y - guldpris x - tid a f-faktor

C - startvärde ca 540

Två punkter (0, 540) och (0,5, 600)

Sätter in punkterna under LIST på räknaren och kör ExpReg (regression)

Får $y = 540 \cdot 1{,}23^x$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning där regression utförs med hjälp av ett digitalt hjälpmedel. Lösningen anses uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på C-nivå.

## Uppgift 20

### Elevlösningsexempel 20.1 (1 $C_{PL}$)

Fördubblas :

2×2 1
4×2 2
8×2 3
16×2 4
32×2 5
64×2 6
128×2 7
256×2 8
512×2 9
1024×2 10
2048×2 11
4096×2 12
8192×2 13 ggr
16384

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar insikt i hur problemet ska lösas men första vikningen som motsvaras av $1 \cdot 2$ tas inte med. Detta leder till ett felaktigt svar men anses vara tillräckligt för att kraven för ansatspoängen ska vara uppfyllda.

**Elevlösningsexempel 20.2 (2 $C_{PL}$)**

Antal ringar: 1 2 4 ... 16384

$2^0$ $2^1$ $2^2$ . $2^?$

×2

8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4098 8192 16384

$2^3$ 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

$2^{14} = 16384$ Svar: 14 ggr

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en systematisk prövning där insikt visas för att det är ekvationen $2^x = 16384$ som ska lösas. Prövning i det här fallet anses vara en godtagbar metod och lösningen ges därmed båda problemlösningspoängen på C-nivå.

## Uppgift 21

### Elevlösningsexempel 21.1 (2 $C_M$)

$$\begin{cases} 5{,}5x + 0{,}25y = 110{,}50 & (x-2) \\ 3{,}5x + 0{,}50y + 60 = 146 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} & -11x - 0{,}50y = -221 \\ + & 3{,}5x + 0{,}50y + 60 = 146 \\ \hline & -7{,}5x + 60 = -75 \end{array}$$

$$x = 18$$

$$5{,}5 \cdot 18 + 0{,}25y = 110{,}50$$

$$0{,}25y = 11{,}5$$

$$y = 46$$

Svar: Tenntråd kostar 18 kr/m
renskinnsband 46 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas bland annat definierade variabler och en förklaring till vad ”60” på andra raden står för. Även i övrigt saknas vissa mellanled vid beräkningar. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 21.2 (1 $C_M$ och 1 $C_K$)**

Armband med 4 flätor = $A_1$

Armband med enkelfläta = $A_2$

Kostnad kr/m tenntråd Tenntråd = T

Kostnad kr/m renskinnsband Rensk.band = R

Silverkulor 3 kr/styck

20 silverkulor = $3 \cdot 20 = 60$ kr

146 kr − 60 kr = 86 kr

Total kostnad båda banden
(utan silverkulor):

$$\begin{cases} 550t + 25r = 110{,}5 \\ 350t + 50r = 86 \quad /2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 550t + 25r = 110{,}5 \\ -\ 175t + 25r = 43 \end{cases}$$

$375t = 67{,}5$

$t = 0{,}18$ kr/cm $= 0{,}0018$ kr/m

$350 \cdot 0{,}18 + 50r = 86$

$63 + 50r = 86$

$50r = 23$

$r = 0{,}46$ kr/cm =
$\approx 0{,}0046$ kr/m

Svar: tenntråden kostar 0,0018 kr/m
och renskinnsband kostar 0,0046 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt så när som på svaret där enhetsomvandlingen är felaktig. Svaret blir i och med detta orimligt och kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå, variablerna är godtagbart definierade och matematiska symboler används godtagbart. Sammantaget ges lösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoängen på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 21.3 (2 $C_M$ och 1 $C_K$)**

x = tenntråd

y = renskinnsband

börja med att dra bort silverkulorna (60 kr)

$$\begin{cases} 350x + 50y = 86 \\ 550x + 25y = 110,5 \end{cases}$$

$$\frac{50y = 86 - 350x}{2}$$

$$25y = 43 - 175x$$

$$550x + (43 - 175x) = 110,5$$

$$375x = 67,5$$

$$x = 0,18$$

$$350(0,18) + 50y = 86$$

$$\frac{50y = 23}{50}$$

$$y = 0,46$$

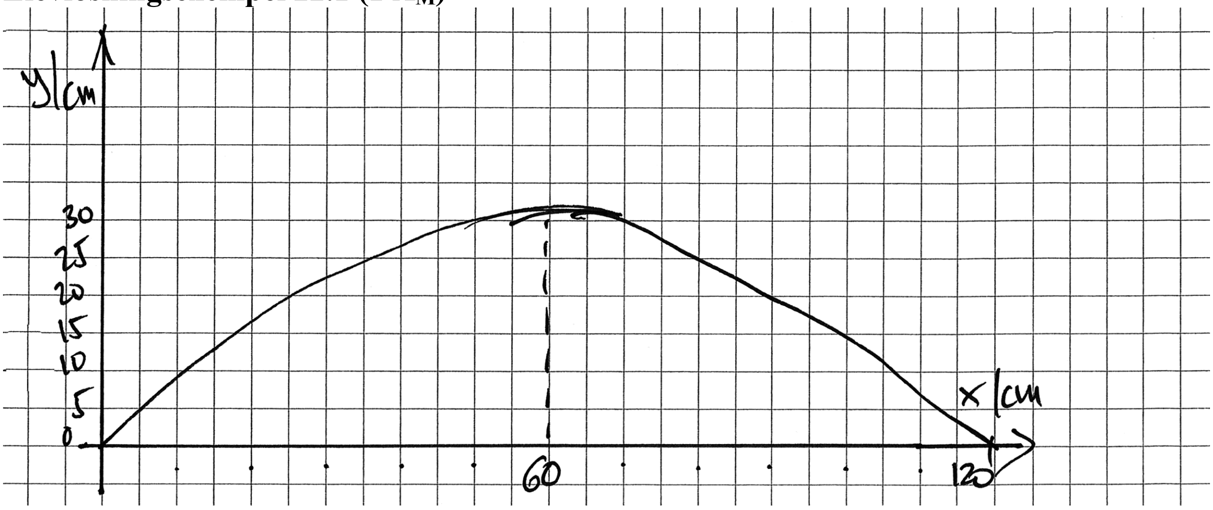
Svar: tenntråd = 18 kr/m

Renskinnsband = 46 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå. Variablerna är inte godtagbart definierade i början av lösningen men detta kompenseras delvis av att svaret innehåller korrekt enhet. På rad 5 och 11 utförs division av hela ekvationer vilket inte är matematiskt korrekt. Beräkningarna ger $x = 0{,}18$ och $y = 0{,}46$ men svaret är angivet med korrekt enhet utan att omvandlingen redovisas. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng nätt och jämnt vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

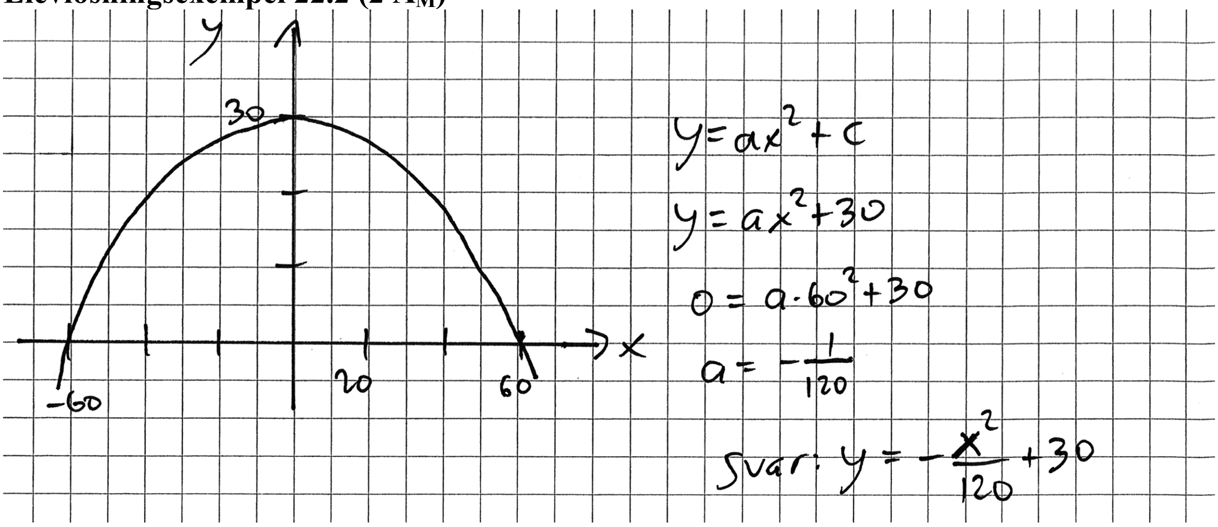
## Uppgift 22

### Elevlösningsexempel 22.1 (1 $A_M$)




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar grafen till en andragradsfunktion i ett definierat koordinatsystem. Funktionens maximum och nollställen framgår av figuren även om de tre punkternas koordinater inte är angivna. Trots dessa brister anses lösningen motsvara en anpassning av passbitens form till en matematisk modell. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

### Elevlösningsexempel 22.2 (2 $A_M$)




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och mellanled i beräkningarna. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 22.3 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

Det finns 3 kända punkter: (0,0), (60,30) och (120,0)

Andragradsfunktion: $y = ax^2 + bx + c$

punkten (0,0) ger $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0$

punkterna (60,30) och (120,0) ger

$$\begin{cases} 30 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & (1) \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & (2) \end{cases}$$

(1) multipliceras med −2

$$\begin{cases} -60 = -7200a - 120b \\ 0 = 14400a + 120b \end{cases}$$

$-60 = 7200a$

$a = -0{,}0083$

$120b = -14400a$

$b = -\dfrac{14400a}{120}$

$b = -\dfrac{14400(-0{,}0083)}{120}$

$b = 1$

Svar: Funktionen kan vara

$y = -0{,}0083x^2 + x$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Bland annat definieras de tre givna punkterna som punkter i ett koordinatsystem och formeln för en allmän andragradsfunktion anges. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

**Uppgift 23**

**Elevlösningsexempel 23.1 (2 $A_M$)**

Jag sätter hela bredden till 15 cm.

$a + b = 15$

$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$ $\qquad$ $\frac{a}{b} = \frac{b}{15}$

$a = 15 - b$

$15a = b^2$

$15(15-b) = b^2$

$b^2 + 15b - 225 = 0$

$b = -7{,}5 \pm \sqrt{7{,}5^2 + 225}$

$b = 9{,}27$ cm

$a = 15 - 9{,}27$ cm

$a = 5{,}73$ cm

Svar: Motivet ska vara 5,73 cm in från kanten.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen utgår från ett specialfall och motivets placering från ena kanten anges i cm och inte som en andel av bildens bredd. Sammantaget ges lösningen nätt och jämnt två modelleringspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 23.2 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

Anta att bilden är 12 cm bred.

Då är $a+b=12$

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{a+b}$$

$$a(a+b)=b^2$$
$$12a=b^2$$
$$a=12-b$$
$$12(12-b)=b^2$$
$$144-12b=b^2$$
$$b^2+12b-144=0$$
$$b=-6\pm\sqrt{36+144}$$

negativ längd går inte

$b=7{,}42$ cm och $a=12-7{,}42=4{,}58$ cm

Tredjedelsregeln 1/3 från kanten 33% in.

Jämför med gyllene snittet: $\frac{a}{12}$

d.v.s. $\frac{4{,}58}{12}\approx 38\%$

Svar: Med gyllene snittet hamnar motivet 38% från kanten istället för 33%.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar problemet i sin helhet. Lösningen utgår från ett specialfall och motivets placering anges som en andel av bildens totala bredd. Lösningen är välstrukturerad och lätt att följa och förstå. Trots att lösningen är baserad på ett specialfall bedöms den uppfylla kraven för två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.