Part B	Problems 1-8 which only require answers.
Part C	Problems 9-16 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for Part B and Part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 21 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 11 points on at least C-level
B: 37 points of which 6 points on A-level
A: 45 points of which 10 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

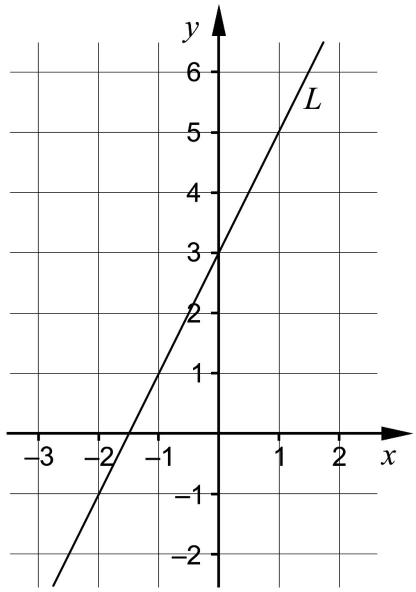
Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. A straight line L is drawn in the coordinate system.



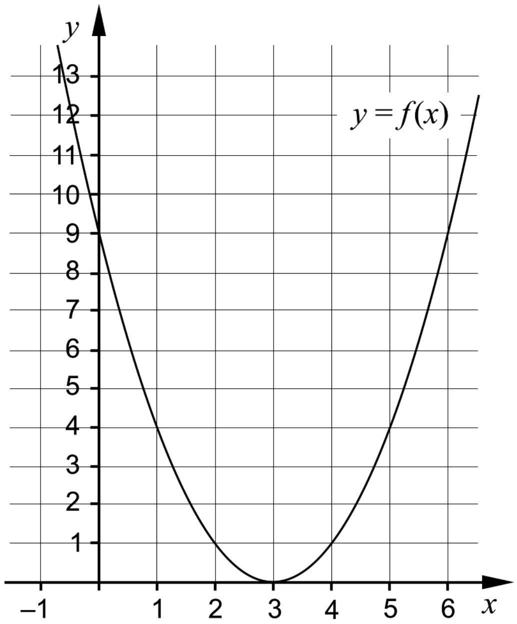
a) Write down the equation of the line L in the form $y = kx + m$.

________________________ (1/0/0)

b) Write down the equation of another straight line that is parallel to the line L.

________________________ (1/0/0)

2. The figure shows the graph of the function f where $f(x) = ax^2 + bx + c$.



a) Use the graph to determine the constant c. ______________________ (1/0/0)

Zoltán uses the graph to solve an equation in the form $f(x) = K$ and gets the correct solutions $x_1 = 1$ and $x_2 = 5$

b) Determine the constant K. ______________________ (1/0/0)

3. Simplify the expressions as far as possible.

a) $(5+x)^2 - x^2$ ______________________ (1/0/0)

b) $7\sqrt{x} - 5\sqrt{x}$ ______________________ (1/0/0)

c) $\dfrac{\lg 3x - \lg x}{4 \lg 3}$ ______________________ (0/1/0)

4. Factorise $25x^2 - 16y^2$ as far as possible. ______________________ (0/1/0)

5. Two of the equations A – F have $x = \mathrm{i}\sqrt{3}$ as one solution. Which two?

A. $x^2 = -9$

B. $x^2 + 3 = 0$

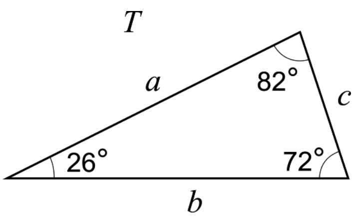
C. $x^2 = 3$

D. $x(x+\sqrt{3}) = 0$

E. $x^3 = -3x$

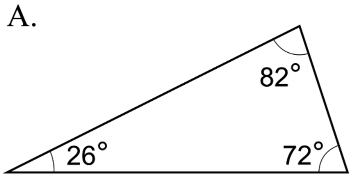
F. $(x+3)(x-3) = 3$ ______________________ (0/1/0)

6. The triangle T has side lengths a, b and c and angles according to the figure.

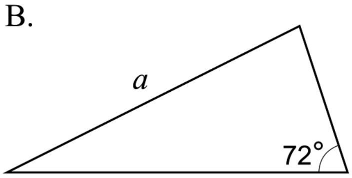


It is only possible to prove that three of the triangles A – F are congruent with the triangle T. Which three?

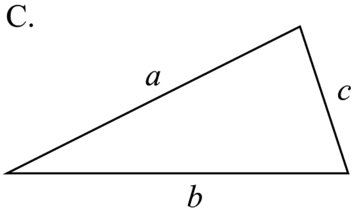
A.



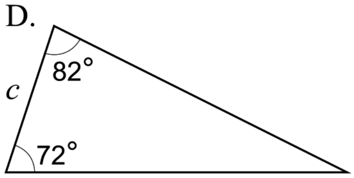
B.



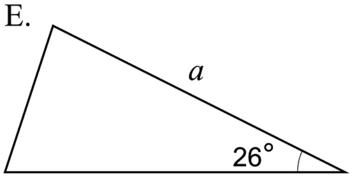
C.



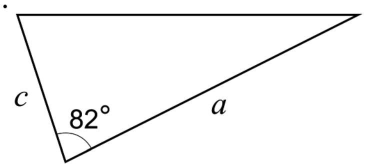
D.



E.

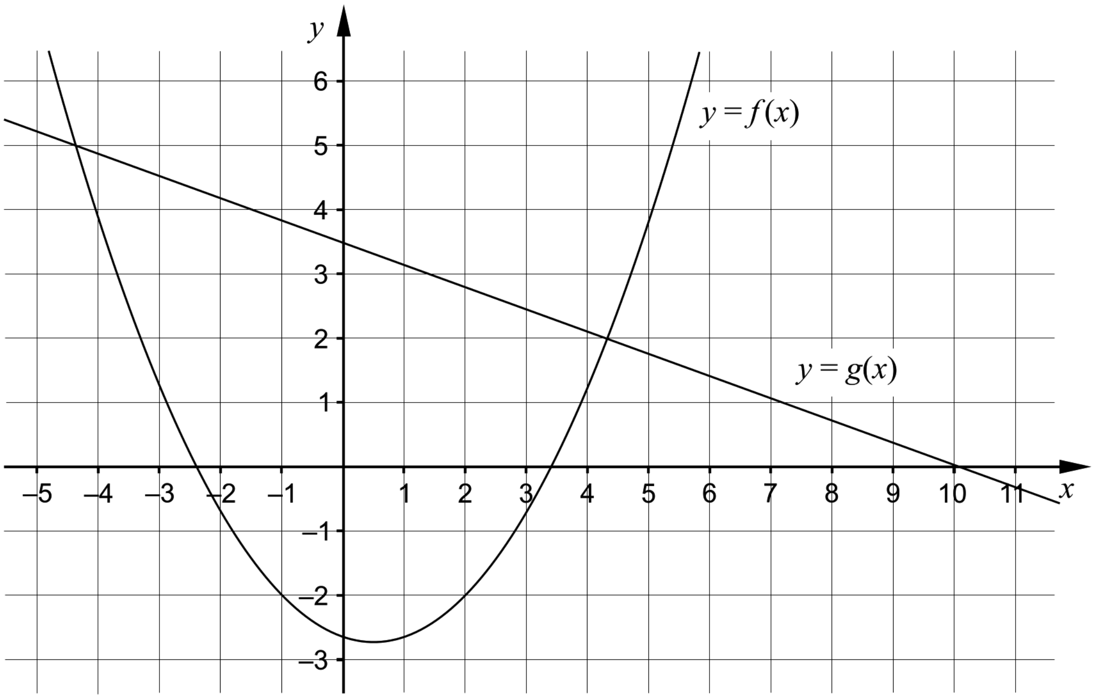


F.



______________________ (0/1/0)

7. The figure shows the graph of a quadratic function f and a straight line g.



Use the figure to solve the problems:

a) For what values of x does it hold that $f(x) < -2$?

______________________ (0/2/0)

b) For what values of x does it hold that both $f(x) > 0$ and $g(x) > 0$?

______________________ (0/0/1)

8.

a) Solve the equation and give an exact answer.

$10^{3x+3} = 9$ ______________________ (0/1/0)

b) Which of the intervals A – F contains the solution to the equation $10^{3x+3} = 9$?

A. $-1.5 \le x < -1$

B. $-1 \le x < -0.5$

C. $-0.5 \le x < 0$

D. $0 \le x < 0.5$

E. $0.5 \le x < 1$

F. $1 \le x < 1.5$

______________________ (0/0/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

9. Solve the equation $x^2 + 4x - 5 = 0$ algebraically. (2/0/0)

10. The graph of a quadratic function has its maximum point at the point $P(0, 4)$.

Determine whether the graph of the quadratic function can pass through the point $Q(-2, 6)$. Justify your answer. (1/0/0)

11. A company manufactures screws. According to the label on the box, the length of the screws should be 54.0 mm. The length is normally distributed with a mean value of 54.0 mm and a standard deviation of 0.20 mm.

Determine how many per cent of the screws that can be expected to be shorter than 53.6 mm. (2/0/0)

12. It holds for a function f that $f(x) = 2x^2 + 12x + a$

Determine for what values of the constant a the equation $f(x) = 0$ has two different real roots. (0/2/0)

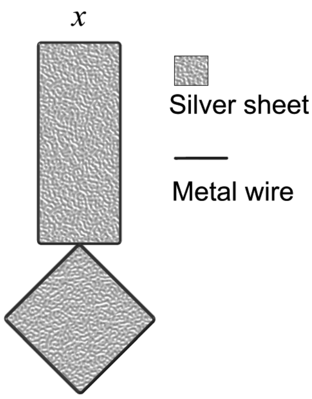
13. Solve the simultaneous equations algebraically.

a) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y + z = 2 \\ y = 3x \end{cases}$ (2/0/0)

b) $\begin{cases} \lg x + \lg y = 0 \\ \lg x^2 + \lg y - 1 = 0 \end{cases}$ (0/0/2)

14. Juhani is going to make jewellery from metal wire and silver sheet shaped as a rectangle and a square.

Juhani decides that the length of the rectangle should be three times the width. He denotes the width of the rectangle x cm. Juhani will then cover the whole piece of jewellery with silver sheet, see figure.



For each piece of jewellery, Juhani will use a wire with a length of 28 cm which should suffice for the circumference for both the rectangle and the square. Since silver sheets are expensive he wants the area of each piece of jewellery A cm^2 to be as small as possible.

a) Write down the area A cm^2 of the silver sheet used for one piece of jewellery, as a function of the width of the rectangle x cm. (0/1/1)

b) Explain why the domain of the area function is $0 < x < \frac{7}{2}$. (0/1/1)

c) Determine the width of the rectangle x so that the area A is as small as possible. (0/0/2)

15. Solve the equation $\sqrt{x+\sqrt{17+2x}} = 3$ (0/0/2)

16. From two quadratic functions f and g a new function h is formed according to $h(x) = f(x) - 3 \cdot g(x)$. Determine what conditions must always be fulfilled in order for h to also be a quadratic function. Justify your answer. (0/0/2)

Part D	Problems 17-24 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 21 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 11 points on at least C-level
B: 37 points of which 6 points on A-level
A: 45 points of which 10 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

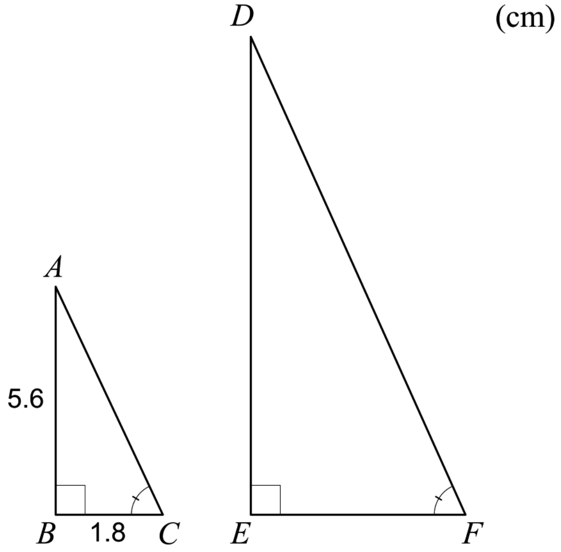
Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

17. In a right-angled triangle *ABC,* side *AB* is 5.6 cm and side *BC* 1.8 cm. The triangle *DEF* is similar to the triangle *ABC*. The side *EF* is twice as long as the side *BC*, see figure.



How many times larger is the area of triangle *DEF* than the area of triangle *ABC*? (2/0/0)

18. Edvin and Svante are going to produce mobile phone covers. They have calculated and concluded that they can produce a maximum of 350 boxes of mobile phone covers. Each box contains 10 mobile phone covers. They write down models for revenues and costs, see below.

The revenue I SEK for x number of sold boxes: $I(x) = 650x$

The cost K SEK for producing x number of boxes: $K(x) = x^2 + 80x + 1000$

The profit V SEK is given by the difference between the revenue I SEK and the cost K SEK:

$V(x) = 650x - (x^2 + 80x + 1000)$

Assume that Edvin and Svante sell all the boxes they produce. Determine how many boxes they have to produce in order to maximise the profit $V(x)$. (2/0/0)

19. The petrol price a customer pays when filling up consists, among other things, of the pre-tax fuel price, fuel duty and the fuel companies' additional charge for things like personnel costs.

A simplified model to describe the fuel companies' additional charge is given by

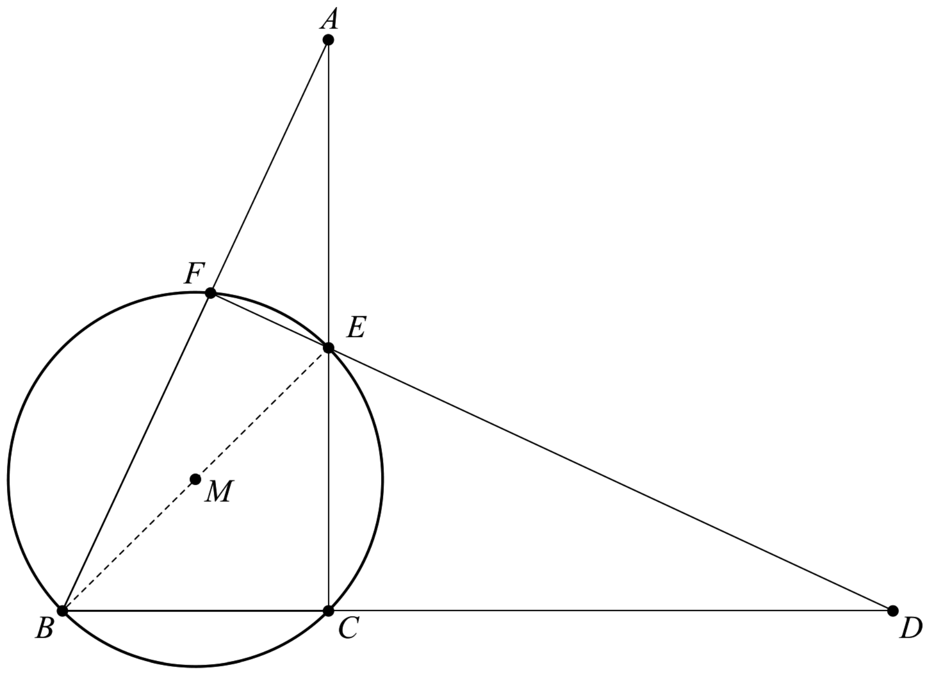
$f(x) = 0.80 \cdot 1.104^x$

where $f(x)$ is the fuel companies' additional charge in SEK/litre and x is the number of years after January 1, 2008.

Determine, according to this model, in what year the fuel companies' additional charge reached 1.50 SEK/litre. (2/0/0)

20. Determine the constant a so that a straight line that passes through the points (a, a^2) and $(-2, 3.19)$ has the gradient 4.2 (0/2/0)

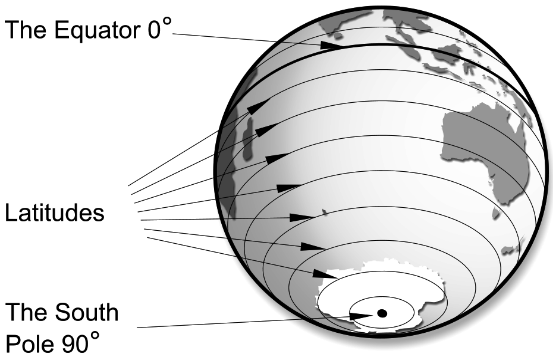
21. The figure shows a circle with centre *M* and two triangles *ABC* and *BDF*. The line segment *BE* is the diameter of the circle.



a) Show that the triangles *ABC* and *BDF* are similar. (0/2/0)

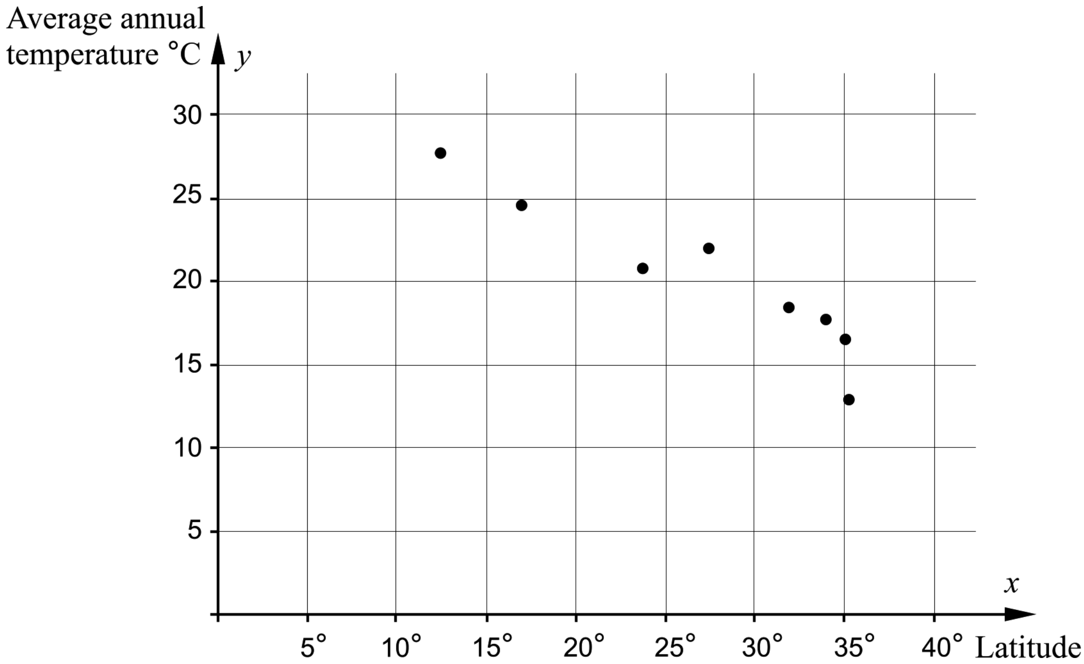
b) The length of the line segment *BD* is 13.8 cm and *BF* is 5.6 cm. The length of *BC* and *CE* are equal. Calculate the length of the line segment *AB* if the diameter of the circle is 6.0 cm. (0/3/0)

22. A certain position in north-south direction is expressed by latitudes. Latitudes has been decided to be $0°$ at the Equator and $90°$ north at the North Pole and $90°$ south at the South Pole.



The table and the diagram show the latitude and average annual temperature for some cities in Australia.

City	Latitude x	Average annual temperature °C y
Darwin	12.40°	27.8
Cairns	16.88°	24.6
Alice Springs	23.80°	20.7
Brisbane	27.40°	21.9
Perth	31.95°	18.3
Sydney	33.86°	17.6
Adelaide	35.10°	16.6
Canberra	35.30°	12.8



Find a linear relation between the cities' average annual temperatures, y °C, and latitude, x degrees. (0/2/0)

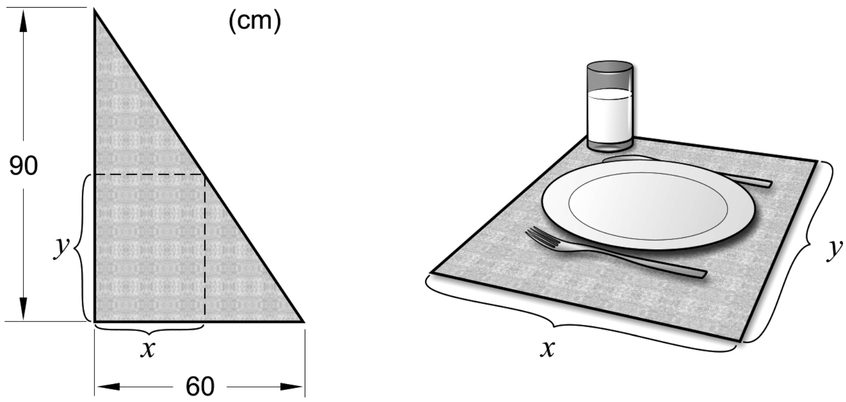
23. Laila reads the atmospheric pressure on her barometer every day. The first day each month she notes down the value.

After one year she calculates the mean value of her 12 noted values to 1013 hPa (hectopascal) and the standard deviation to 11.8 hPa. The two following months she notes down the atmospheric pressure 1011 hPa and 1015 hPa.

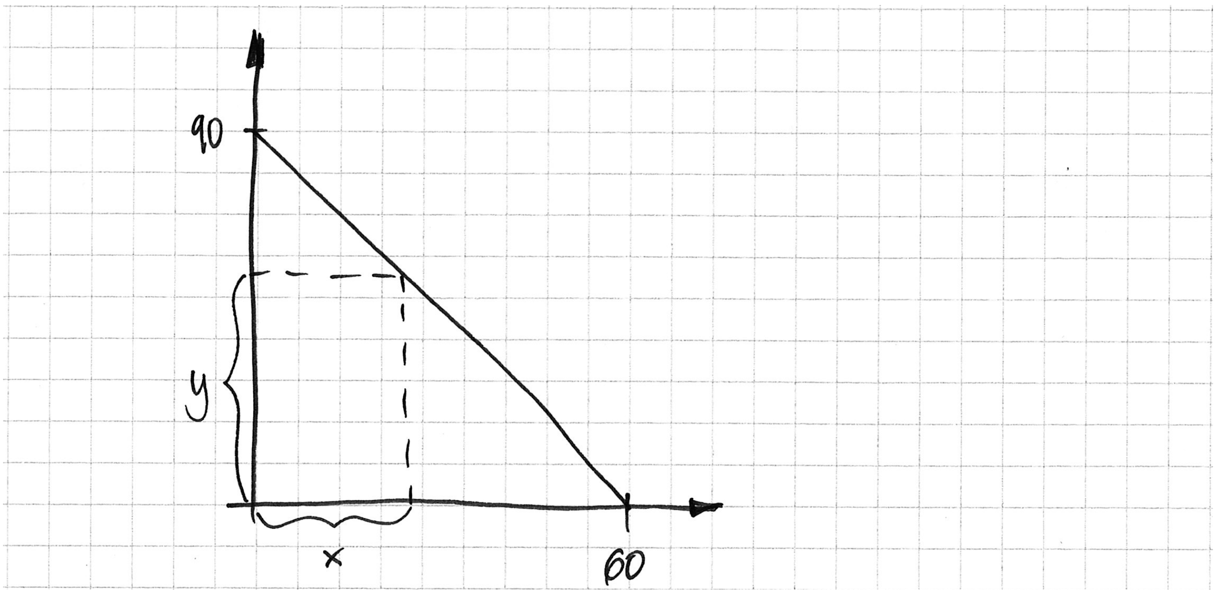
a) How does the mean value of the atmospheric pressure change when the two new values are added? Justify your answer. (1/0/0)

b) Calculate the standard deviation for all 14 noted values of the atmospheric pressure. (0/0/2)

24. Kim is going to make placemats from left-over pieces of fabric from a factory. He finds out that the pieces of fabric have the shape of a right-angled triangle with the base 60 cm and the height 90 cm. From these pieces of fabric Kim will cut rectangular placemats with the width x and the length y, see figure.



Kim wants to investigate how to cut in order to make the area of the placemats as large as possible. He draws a piece of fabric into a coordinate system, see figure.



Calculate the width x and the length y that will give the largest area for a placemat. (0/0/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=,\ \neq,\ <,\ >,\ \leq,\ \geq,\ \approx,\ \pm,\ \sqrt{\ },\ \sqrt[n]{\ },\ f(x),\ x,\ y,\ \frac{\Delta y}{\Delta x},\ (\ ),\ \%,\ \{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 7a_1 och 7a_2 den första respektive andra poängen i uppgift 7a.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a		1										
	1b	1											
	2a	1											
	2b			1									
	3a		1										
	3b		1										
	3c						1						
	4						1						
	5					1							
	6					1							
	7a_1					1							
	7a_2								1				
	7b									1			
	8a						1						
	8b									1			
C	9_1		1										
	9_2		1										
	10				1								
	11_1	1											
	11_2	1											
	12_1							1					
	12_2							1					
	13a_1		1										
	13a_2		1										
	13b_1										1		
	13b_2											1	
	14a_1							1					
	14a_2											1	
	14b_1							1					
	14b_2											1	
	14c_1											1	
	14c_2												1
	15_1										1		
	15_2										1		
	16_1												1
	16_2												1

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	17_1			1									
	17_2			1									
	18_1			1									
	18_2			1									
	19_1			1									
	19_2			1									
	20_1						1						
	20_2						1						
	21a_1								1				
	21a_2								1				
	21b_1							1					
	21b_2							1					
	21b_3								1				
	22_1							1					
	22_2							1					
	23a				1								
	23b_1											1	
	23b_2											1	
	24_1											1	
	24_2											1	
	24_3												1
	Total	**4**	**7**	**7**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**3**	**8**	**4**
Σ	**57**	**20**				**20**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del-prov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c														
					Taluppfattning, aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problemlösning		
		E	C	A	T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4
B	1a	1	0	0							X								
	1b	1	0	0							X								
	2a	1	0	0									X						
	2b	1	0	0	X							X					X		
	3a	1	0	0					X										
	3b	1	0	0	X														
	3c	0	1	0		X													
	4	0	1	0					X										
	5	0	1	0	X			X											
	6	0	1	0						X									
	7a	0	2	0								X							
	7b	0	0	1								X							
	8a	0	1	0	X	X													
	8b	0	0	1	X	X													
C	9	2	0	0	X														
	10	1	0	0									X						
	11	2	0	0												X			
	12	0	2	0	X			X					X				X		
	13a	2	0	0	X														
	13b	0	0	2	X	X											X		
	14a	0	1	1					X				X						
	14b	0	1	1									X						
	14c	0	0	2								X	X				X	X	
	15	0	0	2	X														
	16	0	0	2									X						
D	17	2	0	0						X							X		
	18	2	0	0	X							X	X				X	X	
	19	2	0	0	X	X											X	X	
	20	0	2	0							X								
	21a	0	2	0						X									
	21b	0	3	0						X							X		
	22	0	2	0										X			X	X	
	23a	1	0	0										X	X				
	23b	0	0	2											X		X	X	
	24	0	0	3								X	X				X	X	
Total		20	20	17															

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 20 C- och 17 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:____________________________ **Klass:**________________ **Provbetyg:** _____________

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a												
	1b												
	2a												
	2b												
	3a												
	3b												
	3c												
	4												
	5												
	6												
	7a_1												
	7a_2												
	7b												
	8a												
	8b												
C	9_1												
	9_2												
	10												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	13b_2												
	14a_1												
	14a_2												
	14b_1												
	14b_2												
	14c_1												
	14c_2												
	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	17_1												
	17_2												
	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	20_1												
	20_2												
	21a_1												
	21a_2												
	21b_1												
	21b_2												
	21b_3												
	22_1												
	22_2												
	23a												
	23b_1												
	23b_2												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	Total												
Σ													

	Total	**4**	**7**	**7**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**3**	**8**	**4**
Σ	**57**	**20**				**20**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($y = 2x + 3$) +1 E_P

b) Korrekt svar (t.ex. $y = 2x$) +1 E_B

2. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9) +1 E_B

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (4) +1 E_{PL}

3. **Max 2/1/0**

a) Korrekt svar ($10x + 25$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($2\sqrt{x}$) +1 E_P

Kommentar: Även svaret $\sqrt{4x}$ är korrekt.

c) Korrekt svar ($\frac{1}{4}$) +1 C_P

4. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($(5x + 4y)(5x - 4y)$) +1 C_P

5. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (B: $x^2 + 3 = 0$ och E: $x^3 = -3x$) +1 C_B

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (C, D och F) +1 C_B

7. **Max 0/2/1**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning, t.ex. ”då x är mellan -1 och 2” +1 C_B

med korrekt använda olikhetstecken ($-1 < x < 2$) +1 C_K

b) Korrekt svar, med korrekt använda olikhetstecken, utifrån godtagbar avläsning ($x < -2{,}4$; $3{,}4 < x < 10$) +1 A_B

8. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar ($x = \dfrac{\lg 9 - 3}{3}$) +1 C_P

b) Korrekt svar (B: $-1 \leq x < -0{,}5$) +1 A_B

Delprov C

9. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1, x_2 = -5$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

10. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att grafen inte kan gå genom punkten Q +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, anger att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2,3 %) +1 E_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, visar insikt i att uttrycket under rottecknet måste vara positivt +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a < 18$) +1 C_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 2/0/2**

a) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 1$, $y = 3$ och $z = -2$) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationssystemet till $\begin{cases} xy = 1 \\ x^2 y = 10 \end{cases}$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 10$ och $y = 0{,}1$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/2/4**

a) Godtagbar ansats, tecknar ett samband för smyckets totala omkrets eller dess totala area, t.ex. $4y + 8x = 28$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($A(x) = 3x^2 + (7 - 2x)^2$) +1 A_M

b) Godtagbar ansats, förklarar den ena intervallgränsen, t.ex. ”Längden på sidan måste vara större än 0 för att det ska bli en rektangel.” +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar där intervallets båda gränser förklaras +1 A_M

c) Godtagbar lösning med korrekt svar (Rektangelns bredd är 2 cm) +1 A_M

Lösningen (deluppgift a, b och c) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, skriver om ekvationen till t.ex. $17 + 2x = (9 - x)^2$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 4$) +1 A_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. ansätter generella funktionsuttryck för $f(x)$ och $g(x)$ samt tecknar $h(x)$, t.ex. $h(x)=(a-3A)x^2+(b-3B)x+(c-3C)$ +1 A_R

med fortsatt godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekt slutsats +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar arean av triangel *DEF*, 20,16 cm^2 +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 gånger större) *eller* (4 gånger så stor) +1 E_{PL}

Kommentar: Godtagbar lösning med svaret ”4 gånger större” anses också korrekt eftersom det handlar om en språklig missuppfattning och inte en matematisk sådan.

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar vinstfunktionen $V(x)=570x-x^2-1000$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (285 paket) +1 E_M

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt i att det är ekvationen $1{,}50=0{,}80\cdot 1{,}104^x$ som ska lösas +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2014) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $\dfrac{a^2-3{,}19}{a-(-2)}=4{,}2$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a_1=6{,}1$ och $a_2=-1{,}9$) +1 C_P

21. **Max 0/5/0**

a) Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang som innehåller motivering till varför vinkel *BFE* eller vinkel *BCE* är $90°$ +1 C_R

med fortsatt välgrundat resonemang som visar att trianglarna är likformiga +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar längden av sträckorna *BC* och *CE*, 4,24 cm +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (10 cm) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $-0,64 \le k \le -0,40$ +1 C_M

med godtagbar bestämning av sambandet (t.ex. $y = -0,52x + 34,0$) +1 C_M

Kommentar: Elevlösning som utgår ifrån en bestämning av sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 1/0/2**

a) Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att medelvärdet är oförändrat +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, visar insikt i att $11 \cdot s^2$ ska beräknas +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (10,9 hPa) +1 A_{PL}

Kommentar: Även ett svar utan enhet ges andra problemlösningspoängen på A-nivå.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, tecknar ett korrekt uttryck för arean, t.ex. $A = 90x - \frac{90}{60}x^2$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”Bredd 30 cm och höjd 45 cm.”) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 9.

Elevlösning 9.1 (0 poäng)

$x^2 + 4x - 5 = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{4+5}$

$x = 2 \pm 3$

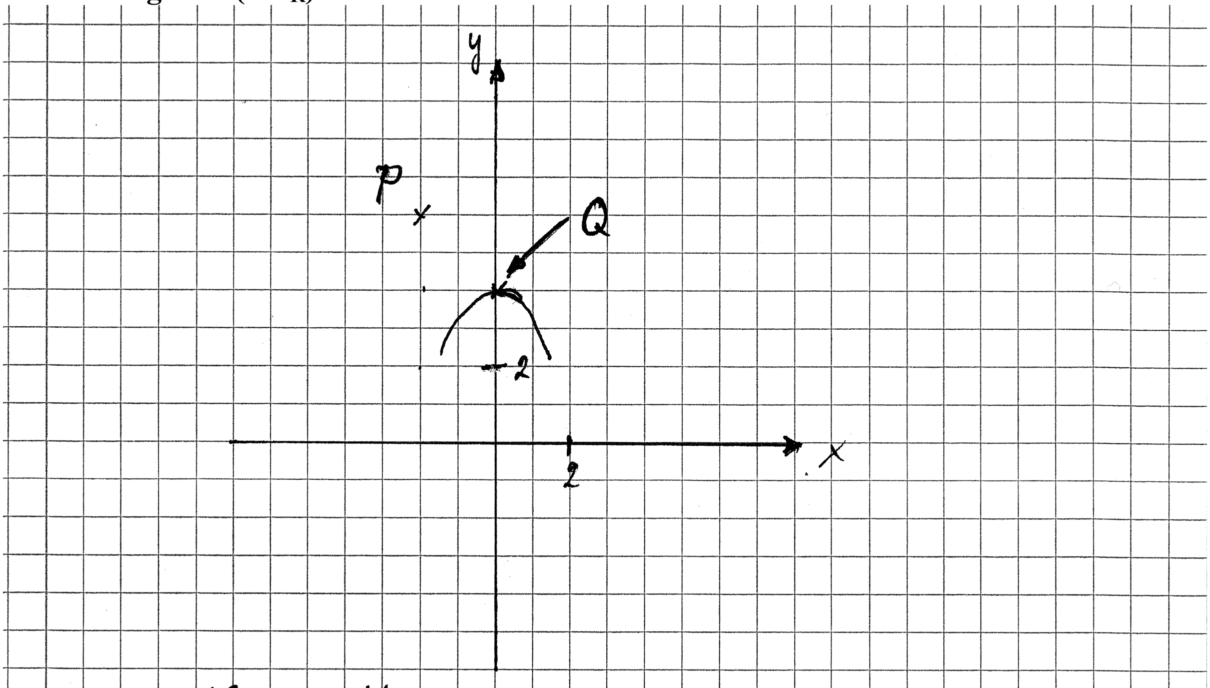
$x_1 = 5$

$x_2 = -1$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 10.

Elevlösning 10.1 (1 E_R)



Svar: Nej, det går inte!

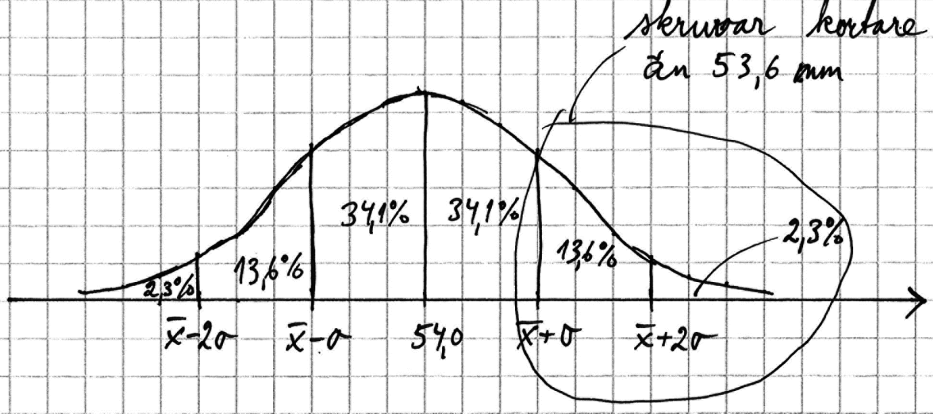
Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som leder till korrekt slutsats. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 11.

Elevlösning 11.1 (1 E_B)

$\bar{x} = 54,0 \quad \sigma = 0,20 \quad [mm]$

normalfördelning: kan rita en normalfördelningskurva.



$54 - \sigma = 53,8$

$54 - 2\sigma = 54 - 2 \cdot 0,2 = 53,6$

$13,6 + 2,3 = 15,9\ \%$ Svar: 15,9 % skruvar är kortare än 53,6 mm.

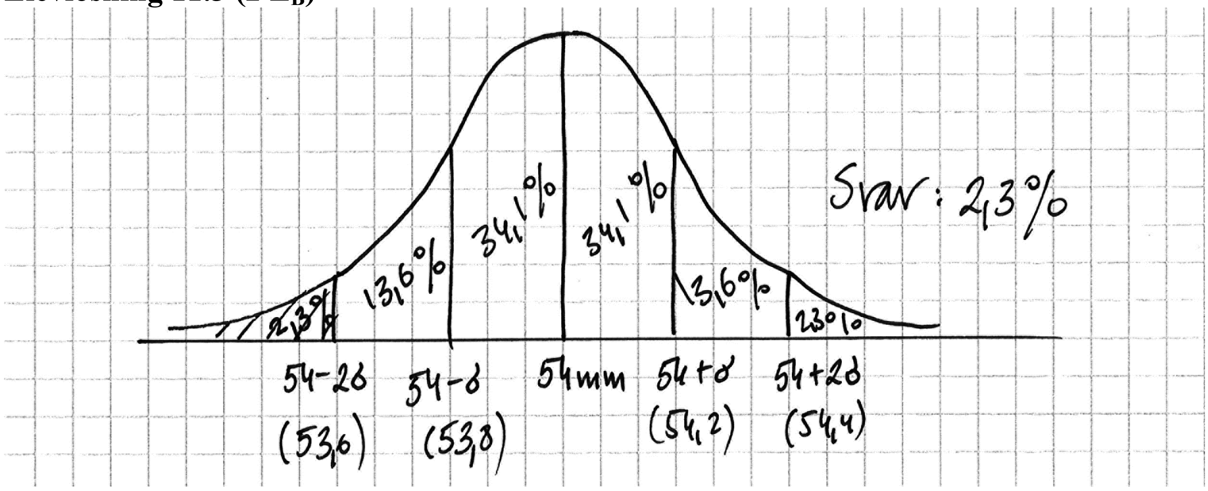
Kommentar: Trots att markeringen i figuren är felaktig anges att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser. Lösningen ges första begreppspoängen på E-nivå.

Elevlösning 11.2 (2 E_B)

Skruvarnas längd ska vara 54,0 mm
standardavvikelsen är 0,2 mm
hur många är 53,6 mm?
53,6 mm = 2 standardavvikelser
Svar: det kommer att vara 2,3%
som är 53,6 mm långa

Kommentar: Elevlösningen visar att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser men detta uttrycks felaktigt genom ”53,6 mm = 2 standardavvikelser”. Detta anses uppfylla kraven för ansatspoängen. I svaret anges att 2,3 % av skruvarna är 53,6 mm långa och inte att 2,3 % av skruvarna är kortare än 53,6 mm. Eftersom det senare framgår av frågan i uppgiften anses svaret nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra begreppspoängen på E-nivå.

Elevlösning 11.3 (2 E_B)



Kommentar: Av elevlösningen framgår att 0,40 mm motsvarar två standardavvikelser genom att skruvlängderna anges i den ritade normalfördelningskurvan. Elevlösningen ges båda begreppspoängen på E-nivå.

Uppgift 12.

Elevlösning 12.1 (1 C_{PL})

$$f(x) = 2x^2 + 12x + a$$

$$2x^2 + 12x + a = 0$$

$$x^2 + 6x + a = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-a}$$

$$9 - a > 0$$

$$\underline{\underline{a < 9}}$$

Kommentar: I elevlösningen löses andragradsekvationen felaktigt men insikt visas i att uttrycket under rottecknet ska vara positivt. Detta anses motsvara kraven för ansatspoängen. Lösningen ges första problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 13.b

Elevlösning 13.b.1 (1 A_P och 1 A_{PL})

$$\begin{cases} \lg x + \lg y = 0 \\ \lg x^2 + \lg y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\lg x^2 + \lg y - 1 = 2\lg x + \lg y - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2\lg x + \lg y - 1 = 0 \\ \underline{\lg x + \lg y - 0 = 0} \\ \lg x + 0 \quad - 1 = 0 \end{array}$$

$$\lg x = 1$$

$$x = 10^1$$

$$x = 10$$

$$\lg 10 + \lg y = 0$$

$$\lg y = -1$$

$$y = 10^{-1}$$

$$y = 0{,}1$$

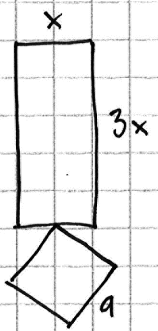
Svar: $x = 10$

$y = 0{,}1$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. Lösningen ges alla poäng som är möjliga att få.

Uppgift 14.

Elevlösning 14.1 (1 C_M)

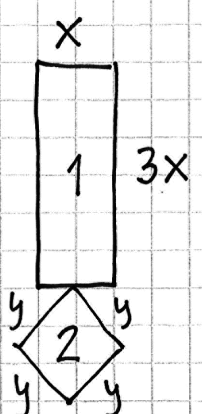


Arean: $A = x \cdot 3x + a \cdot a =$

$= 3x^2 + a^2$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt tecknad total area för smycket och därmed uppfylls kraven för ansatspoängen på a)-uppgiften.

Elevlösning 14.2 (1 C_M)



$8x + 4y = 28$ cm

$x = 2 \quad y = 4$

$28 - 16 = 12$

Area $= 12 + 16 = 28$

28 cm^2

Figur 1 — Figur 2

$2 \cdot 6 = 18 \text{ cm}^2$ — $4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$

$(x \cdot 3x) + (y \cdot y) = A \text{ cm}^2$

$x \cdot 3x + y^2 = A \text{ cm}^2$

Svar: $x \cdot 3x + y^2 = A \text{ cm}^2$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat samband för smyckets omkrets. Sambandet för smyckets area tecknas i två variabler och därmed uppfylls inte kraven för modelleringspoängen på A-nivå i a)-uppgiften. Lösningen ges en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 14.3 (2 C_M, 2 A_M och 1 A_K)

a) $A_{tot}(x) = 3x^2 + \left(\frac{28-8x}{4}\right)^2 = 3x^2 + (7-2x)^2 = 7x^2 - 28x + 49$

b) $7x^2 - 28x + 49 = 0$ Om $x > \frac{7}{2}$ så får inte kvadraten någon area.

$\left(\frac{28-8x}{4}\right)^2$ är kvadratens area om vi sätter in $x = \frac{7}{2}$ får vi

A_{kva} $\left(\frac{28-8\cdot\frac{7}{2}}{4}\right)^2 = \left(\frac{28-28}{4}\right)^2 = \left(\frac{0}{4}\right)^2 = 0$

Om $x \leq 0$ får rektangeln ingen area, eftersom

$A_{rek} = 3x^2$

$x = 0$

$A_{rek} = 3 \cdot 0^2 = 0$

Svar: Om $x = 0$ blir $A_{rek} = 0$

Om $x = \frac{7}{2}$ blir $A_{kva} = 0$

c) $3x^2 + (7-2x)^2 = 3x + 49 - 28x + 4x^2 =$

$= 7x^2 - 28x + 49$

$7x^2 - 28x + 49 = 0$ förenklar med sju

$x^2 - 4x + 7 = 0$ symmetrilinje $= -\frac{p}{2}$

$-\frac{-4}{2} = 2$ $x = 2$ sätter in i funktionen

$A(2) = 3 \cdot 2^2 + (7 - 2 \cdot 2)^2 = 12 + 3^2 = 21\ cm^2$

Svar: $x = 2\ cm$ $A = 21\ cm^2$

Kommentar: Deluppgifterna a) och c) är lösta i sin helhet. I b)-uppgiften utreds att kvadraten inte får någon area om $x = 0$ men det utreds inte vad som händer med arean då $x > \frac{7}{2}$. Därmed uppfylls inte kraven för A-modelleringspoängen i b)-uppgiften. När det gäller kommunikation saknas förklaring till hur areauttrycket för kvadraten tagits fram i a)-uppgiften. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå och frånsett detaljen som saknas i b)-uppgiften anses uppgiften vara löst i sin helhet. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå, två modelleringspoäng på A-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 15.

Elevlösning 15.1 (0 poäng)

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{17+2x}}\right)^2 = 3^2$$

$$x+\sqrt{17+2x} = 9$$

$$\sqrt{17+2x} = 9-x$$

Kommentar: Elevlösningen visar en ansats som inte är tillräcklig för att uppfylla kraven för den första procedurpoängen på A-nivå.

Elevlösning 15.2 (1 A_P)

$$\sqrt{x+\sqrt{17+2x}} = 3$$

$$x+\sqrt{17+2x} = 9$$

$$\sqrt{17+2x} = 9-x$$

$$17+2x = 81-18x+x^2$$

$$x^2-20x+64=0$$

$$x = 10 \pm \sqrt{100-64}$$

$$x = 10 \pm 6$$

$$x_1 = 16$$

$$x_2 = 4$$

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt metod med korrekt lösning av andragrads-ekvationen. Eftersom ingen prövning av rötterna görs för att utesluta eventuell falsk rot blir svaret felaktigt. Kraven för den andra procedurpoängen uppfylls därmed inte.

Uppgift 16.

Elevlösning 16.1 (2 A_R)

$$\frac{f(x)\ ax^2\ \text{term}}{g(x)\ ax^2\ \text{term}} \neq 3$$

Svar: $\frac{a_f}{a_g} \neq 3$

Svar fortsättning: Om förhållandet mellan a_{fx^2} och a_{gx^2} är 3:1 kommer x^2 ta ut varandra efter att man multiplicerat g med 3.

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt jämförelse mellan de två funktionernas andragradskoefficienter. Trots att *a* är definierat på två olika sätt anses svaret nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 16.2 (2 A_R)

a får inte vara tre gånger så stort på f(x) som på g(x) för om man multiplicerar g(x) med tre och a blir lika stor som på f(x) så får h(x) inget a värde och då är det ingen andragrads-funktion

Svar: $a_{f(x)} \neq 3a_{g(x)}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt jämförelse mellan de två funktionernas andragradskoefficienter. Konstanten *a* är inte definierad men det framgår av ”då är det ingen andragradsfunktion” att konstanten påverkar funktionernas andragradsterm. Elevlösningen ges nätt och jämnt andra resonemangspoängen på A-nivå.

Uppgift 19.

Elevlösning 19.1 (1 E_M)

miniräknare: $y_1 = 0{,}80 \cdot 1{,}104^x$

$y_2 = 1{,}50$

intersekt x 6,35

Svar: 6,35 år

Kommentar: Elevlösningen visar en grafräknarlösning med felaktigt svar. Eftersom det framgår att det är ekvationen $1,50 = 0,80 \cdot 1,104^x$ som ska lösas anses kraven för ansatspoängen vara uppfyllda. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösning 19.2 (1 E_M)

$1{,}5 = 0{,}80 \cdot 1{,}104^x$

$x = 6$

använde graf på räknare

Påslaget var 1,50 2014

Kommentar: Elevlösningen visar en grafräknarlösning med korrekt svar. Eftersom det inte framgår hur grafräknaren har använts anses inte lösningen vara godtagbar och därmed anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 21.a

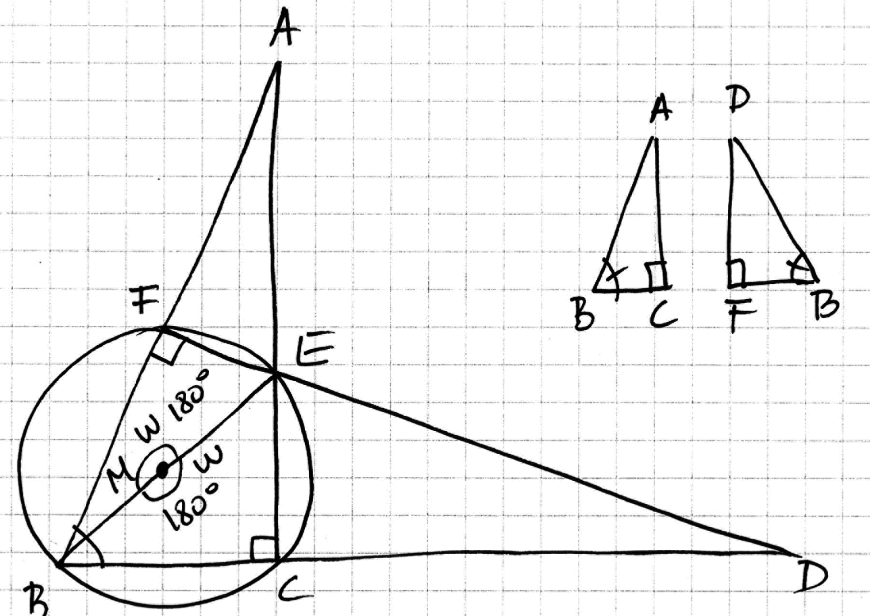
Elevlösning 21.a.1 (0 poäng)

Vinkel F + vinkel C = 180
vinkel B + vinkel E = 180

Då C är 90° måste då F också
vara de.
Och genom att vinkeln B används
i båda trianglarna blir det samma
grad antal på sista också

Kommentar: Elevlösningen innehåller inte ett godtagbart resonemang om varför någon/några vinklar är 90°. Därmed anses inte kraven för den första resonemangspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 21.a.2 (2 C_R)



-Två triaglar är likformiga om två vinklar är lika stora i båda triaglarna.

- $\frac{w}{2} = \Lambda F$ $\quad \frac{w}{2} = \Lambda C$

$\frac{180}{2} = \Lambda F$ $\quad \frac{180}{2} = \Lambda C$

$\Lambda F = 90°$ $\quad \Lambda C = 90°$

Triaglarna delar hörn B
ΛB är lika stor i båda triaglarna
$\Delta ABC \sim \Delta BDF$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang om varför ΛF och ΛC är 90° trots att explicit hänvisning till randvinkelsatsen saknas. Lösningen uppfyller därmed nätt och jämnt kraven för första resonemangspoängen på C-nivå. Det fortsatta resonemanget uppfyller kraven för det andra resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 21.b

Elevlösning 21.b.1 (2 C_{PL})

$BD = 13{,}8\ \text{cm} \quad BF = 5{,}6\ \text{cm}$

$BC = x \quad x = \sqrt{6^2/2} = 4{,}2$

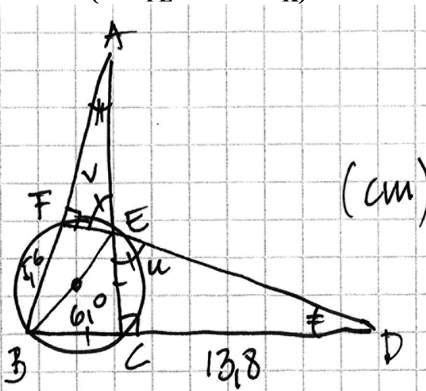
$ED = AB$

$AB = y \quad \frac{y}{4{,}2} = \frac{13{,}8}{5{,}6} \Rightarrow y = \frac{13{,}8 \cdot 4{,}2}{5{,}6} = 10{,}4$

Svar: $AB = 10{,}4$ cm

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av sidan *BC*. Lösningen är knapphändig och redovisningen anses nätt och jämnt vara godtagbar. När det gäller kommunikation är lösningen svår att följa och förstå då såväl hänvisning till satser som förklarande figurer saknas. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Sammantaget bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösning 21.b.2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

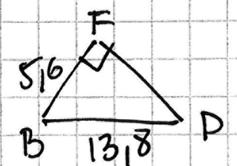


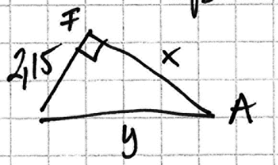
V = u   AEF likformig med BDF

$BE^2 = BF^2 + EF^2$

$6{,}0 = 5{,}6 + EF^2$ $EF^2 = 6{,}0^2 - 5{,}6^2$

$EF = \sqrt{36 - 31{,}36} \approx 2{,}15$ cm





$$\frac{5{,}6}{2{,}15} = \frac{13{,}8}{y}$$

$5{,}6y = 29{,}67$

$y = \frac{29{,}67}{5{,}6} \approx 5{,}30$

$EA^2 = EF^2 + FA^2$

$5{,}30^2 = 2{,}15^2 + x$

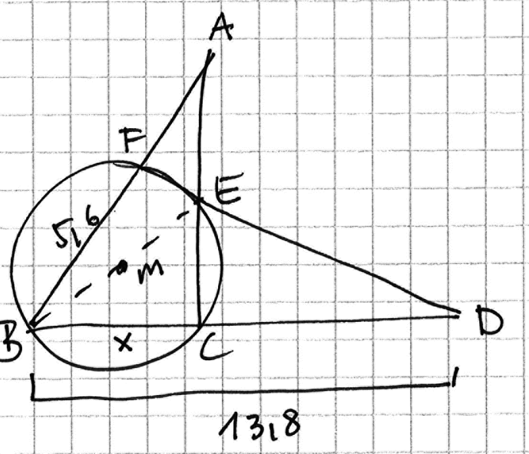
$x = \sqrt{5{,}3^2 - 2{,}15^2} = \sqrt{23{,}4675} \approx 4{,}84$

$FA = 4{,}84$ cm

$BA = BF + FA = 5{,}6 + 4{,}8 = 10{,}4$ cm

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av sidan *BA*. När det gäller kommunikation saknas exponenter på rad tre under figuren och även hänvisning till satser. Trots dessa brister anses lösningen vara möjlig att följa och förstå. Sammantaget bedöms kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Elevlösning 21.b.3 (2 C_{PL} och 1 C_K)



BC = CE

Sträckor BC, CE och BE bildar rätvinklig triangel

Pythagoras:

$6^2 = x^2 + x^2$

$36 = 2x^2$ $\quad x = 4,24$

$\frac{BA}{13,8} = \frac{4,24}{5,6}$

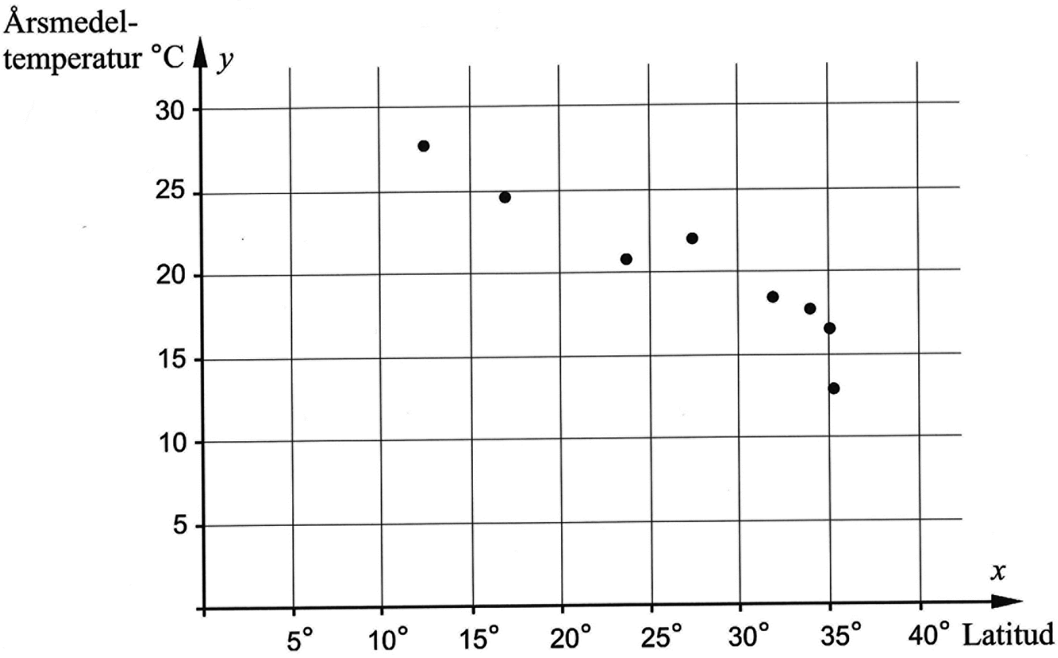
$BA = 10,44$

Svar: AB = 10,44 l.e.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av sidan *AB*. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och viss hänvisning till satser förekommer. Därmed anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 22.

Elevlösning 22.1 (0 poäng)



$y = kx + m$

x =	12,40	27,40	x_1 x_2
y =	27,80	21,90	y_1 y_2

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{21,90 - 27,80}{27,40 - 12,40} = \frac{-5,9}{15} \approx -0,40$$

$y = -0,40x + m \quad (x = 12,40)$

$y = -0,40 \cdot 12,40 + m$

$y = 27,80$ enligt tabellen

$27,80 = -0,40 \cdot 12,40 + m$

$m = 27,80 - (-0,40 \cdot 12,40) = 32,636$

$y = -0,40x + 33$

Kommentar: Elevlösningen visar en ansats där linjens lutning beräknas utifrån två punkter i diagrammet. Ansatsen anses inte vara godtagbar och lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 22.2 (2 C_M)

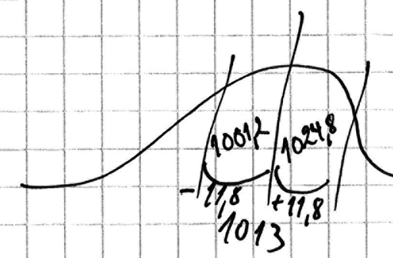
Man skriver in x och y värdena i L_1 och L_2 när man gått in på Stat och tryckt på Edit sedan trycker man på stat igen går in på calc och trycker 4LinReg(ax+b)

Då blir sambandet: $y = -0{,}52x + 34{,}0$

Kommentar: Lösningen visar regression med grafräknare. Lösningen ges två modellerings-poäng på C-nivå.

Uppgift 23.a

Elevlösning 23.a.1 (0 poäng)



$\frac{12x}{12} = 1013$

$\frac{14x}{14} = 1013$

Svar: Inget, ett värde faller över medianen och ett faller under.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang kring medianen. Ansatsen anses inte vara godtagbar och lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 23.a.2 (1 E_R)

$$\frac{1013 \cdot 12 + 1011 + 1015}{14} = 1013$$ Inte alls!

Elevlösning 23.a.3 (1 E_R)

Det förändras inte eftersom medelvärdet av 1011 och 1015 är 1013

Kommentar: Elevlösning 2 och elevlösning 3 visar exempel på godtagbara resonemang med slutsatsen att medelvärdet är oförändrat. Elevlösning 2 och 3 ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 23.b

Elevlösning 23.b.1 (2 A_{PL})

$$11{,}8 = \sqrt{\frac{(x_1 - 1013)^2 \ldots (x_{12} - 1013)^2}{11}}$$

$$1531{,}64 = (x_1 - 1013)^2 \ldots (x_{12} - 1013)^2$$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{1531{,}64 + (1011 - 1013)^2 + (1015 - 1013)^2}{13}}$$

$$\sigma x = 10{,}883$$

Svar: Standardavvikelsen är nu 10,9 hPa

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt beräkning av standardavvikelsen. Lösningen uppfyller kraven för två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 24.

Elevlösning 24.1 (0 poäng)

$\frac{90}{60}$ $\frac{3}{2}$ $1,5$

$y = -1,5x + 90$ $\quad x \cdot y = A$

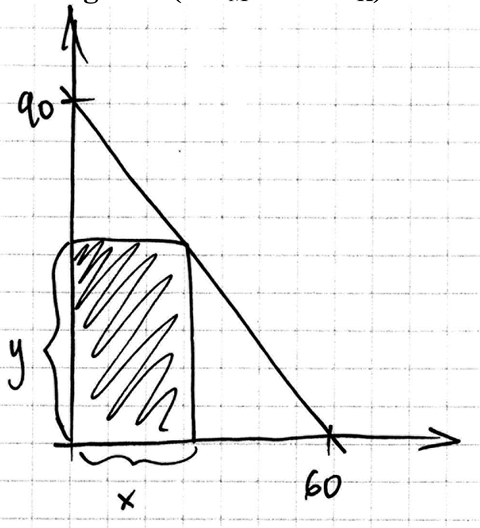
$x^2 + 60x = 0$ $\quad x(1,5x + 90) = 0$ $\quad x_1 = 0$

$x = -30 \pm \sqrt{30^2}$ $\quad x_2 = +60$

x $\quad 1,5x^2 + 90x = A$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbart bestämd ekvation för linjen. När arean tecknas görs ett teckenfel, varför formeln för arean blir felaktig. Lösningen anses inte motsvara en godtagbar ansats och ges 0 poäng.

Elevlösning 24.2 (2 A_M och 1 A_K)



Likformighet ger: $\frac{60-x}{y} = \frac{60}{90}$

$$y = \frac{90\cdot(60-x)}{60}$$

$$y = 1{,}5(60-x) = 90-1{,}5x$$

Arean: $x\cdot y$

$$A = (90-1{,}5x)\cdot x = 90x-1{,}5x^2$$

$A=0$

$90x-1{,}5x^2=0$

$x^2-60x=0$

$x(x-60)=0$

$x_1=0 \quad x_2=60$

Symmetrilinjen $\frac{0+60}{2} = 30$ cm

$y = 90-1{,}5\cdot 30 = 45$ cm

Svar: Man ska klippa basen på 30cm och höjden på 45cm

Kommentar: Elevlösningen visar godtagbara beräkningar grundade på likformighet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar till varför likformighet gäller mellan trianglarna i figuren. Även verifiering av att areafunktionen har ett maximum saknas. Lösningen är i övrigt lätt att följa och förstå. Sammantaget uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå nätt och jämnt.

Elevlösning 24.3 (2 A_M och 1 A_K)

Jag räknar ut k-värde

$\frac{90-0}{0-60} = \frac{90}{-60} = -1,5$

$m = 90$

$y = -1,5x + 90$

$x \cdot y = A$

$x \cdot (-1,5x + 90) = A$

$\underbrace{-1,5x^2}_{\text{max}} + 90x = 0$

$(-1,5x^2 + 90x)\left(-\frac{2}{3}\right) = x^2 - 60x = 0$

$-\frac{p}{2}$ = symmetrilinjen

$-\frac{(-60)}{2} = 30$

$y = -1,5 \cdot 30 + 90$

$y = 45$

$A = 30 \cdot 45 = 1350$

Svar: största Arean är $1350\ cm^2$

$x = 30\ cm$

$y = 45\ cm$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning som omfattar hela uppgiften. När det gäller kommunikation omfattar lösningen en irrelevant beräkning av den maximala arean vilket inte efterfrågas. Lösningen är i övrigt lätt att följa och förstå. Sammantaget uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2c

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
T9 Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
T12 Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
G4 Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.