

14. **Max 0/0/3**
- a) Godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $x = \frac{1 + \lg 50}{2}$) +1 A_P
- b) Korrekt svar (E: $1 \leq x < 1,5$) +1 A_B
 med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som styrker att
 alternativ E är korrekt +1 A_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



Instruktioner för bedömning av delprov D

15. **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer en linje som går genom punkten (1, 4) +1 E_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = x + 3$ och
 $y = 2x + 2$) +1 E_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



16. **Max 3/0/0**
- a) Korrekt svar ($P(x) = 5x$) +1 E_M
Kommentar: Även svaret $P = 5x$ anses vara korrekt.
- b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $5x = 1,5x + 510$ +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (146 makroner) +1 E_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



17. **Max 1/1/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang som baseras på att 15,9 % motsvarar den
 del av observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över
 medelvärdet +1 E_R





Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- b) Godtagbart välgrundat resonemang med korrekt svar (t.ex. ” Q visar
 materialet med standardavvikelsen 5 eftersom den kurvan är smalare.”) +1 C_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 18.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. beräknar längden av någon relevant sträcka +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,8 cm) +1 C_P
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 19.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, väljer exponentialfunktion av typen $y = C \cdot a^x$ och bestämmer C
 eller
 ställer upp en godtagbar ekvation för bestämning av a , t.ex.
- $$1500 = 600 \cdot \frac{a^5}{a^{0,5}} \quad \text{+1 C}_M$$
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 542 \cdot 1,23^x$) +1 C_M
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 20.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt i att det är ekvationen $2^x = 16384$ som ska lösas +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14 gånger) +1 C_{PL}
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 21.** **Max 0/4/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_M
 med godtagbar fortsättning där en variabel uttrycks i de två andra +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ("Renskinn kostar 46 kr/m, tenntråd 18 kr/m och silverkulor 3 kr/styck.") +1 C_M
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 

22.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, bestämmer maximipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade

koordinatsystemet (t.ex. $y = -\frac{1}{120}x^2 + x$)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



23.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, ställer upp en korrekt ekvation för ljudintensitetens

förändring, t.ex. $10 \cdot \lg \frac{I_1}{10^{-12}} - 10 \cdot \lg \frac{I_0}{10^{-12}} = -3$

+1 A_M

med i övrigt godtagbar generell lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Ljudintensiteten blev 50 % av den ursprungliga.”)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



Uppgift 14.b

Elevlösningsexempel 14.b.1 (1 A_B)

$\lg 50$ är mellan 1 och 2. Detta delut på två, plus en halv är mindre än 1,5 men större än ett.

$$\text{Svar: } E, 1 \leq x < 1,5$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt svar. Förklaringen som leder fram till svaret anses dock inte välgrundad och nyanserad i och med att påståendet att $\lg 50$ ligger mellan 1 och 2 inte motiveras. Därmed uppfylls inte kraven för resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 14.b.2 (1 A_B och 1 A_R)

$$\begin{aligned} \lg 100 &= 2 \\ \lg 10 &= 1 \end{aligned} \quad \text{då är } \lg 50 \text{ mellan 1 och 2}$$

$$\begin{aligned} \text{max } x &= \frac{1+2}{2} = 1,5 \\ \text{min } x &= \frac{1+1}{2} = 1 \end{aligned} \quad x \text{ däremellan}$$

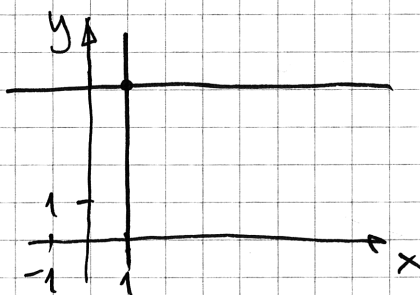
$$\text{Svar: } x \text{ ligger i } E$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller förutom ett korrekt angivet intervall en förklaring till varför detta intervall är det korrekta. Det framgår av lösningen att $\lg 50$ ligger "mellan 1 och 2" i och med jämförelsen med $\lg 10$ och $\lg 100$. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för en begreppsöäng och en resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (2 E_{PL})

$$\begin{aligned} (1, 4) \\ y &= 4 \\ x &= 1 \end{aligned}$$



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en grafisk lösning med två korrekt angivna ekvationer. Lösningen ges båda problemlösningspoängen på E-nivå.

Uppgift 16.b

Elevlösningsexempel 16.b.1 (1 E_M)

Sandor har kostnader för utrustning och ingredienser.

Utrustning: 510 kr Ingredienser/makron: 1,50 kr

Funktionen: $K(x) = 1,5x + 510$

För att Sandor ska gå med vinst måste han sälja så många makroner att han får in mer pengar än han gett ut.

Svar: För att Sandor ska gå med vinst måste han minst sälja 146 st.

$$K(146) = 1,5 \cdot 146 + 510 = 729 \text{ kr}$$

$$146 \cdot 5 = 730 \text{ kr}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en prövning där det framgår att Sandor får in 730 kr för 146 sålda makroner och att detta är mer än tillverkningskostnaden. Detta anses motsvara en godtagbar ansats men verifiering saknas för att det är det minsta antalet makroner som han ska sälja för att gå med vinst. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 16.b.2 (2 E_M)

$$3,5x = 510$$

$$x \approx 146$$

Svar: För att gå med vinst måste Sandor sälja 146 makroner.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en knapphändig men korrekt lösning som ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

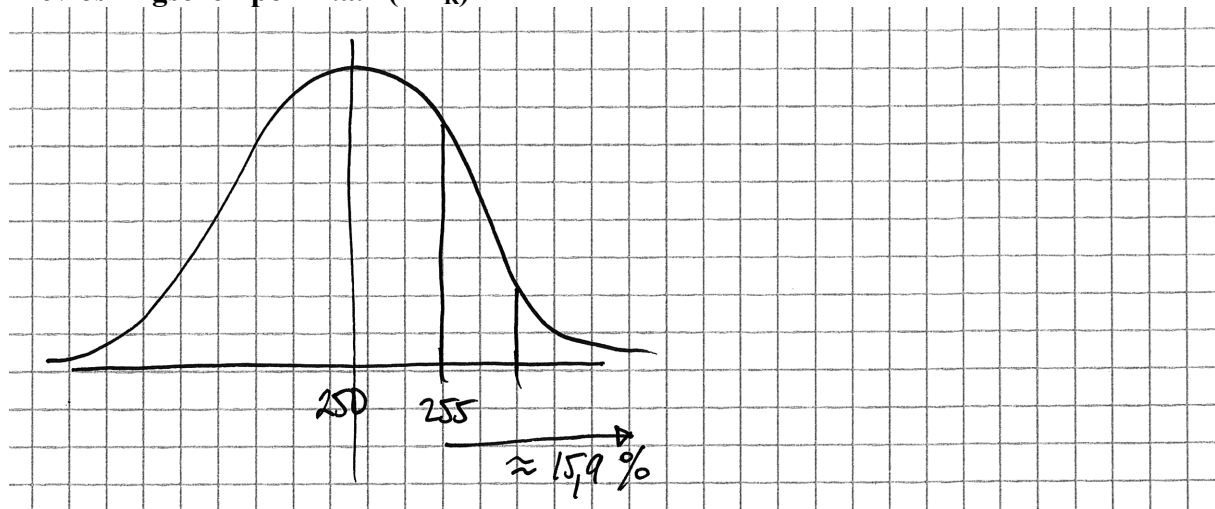
Uppgift 17.a

Elevlösningsexempel 17.a.1 (0 poäng)

$$13,6 + 2,3 = 15,9 \%$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt beräknade procentsatser utan koppling till att det motsvarar andelen observationer som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Resonemanget anses därmed inte uppfylla kraven för resonmangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 17.a.2 (1 ER)



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt den del av normalfördelningskurvan som motsvarar observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Trots att det inte explicit visas att andelen observationer motsvarar 15,9 % anses lösningen vara tillräcklig för att nätt och jämnt motsvara kraven för ett enkelt resonemang på E-nivå.

Uppgift 17.b

Elevlösningsexempel 17.b.1 (0 poäng)

Q visar materialet från fråga A eftersom att man tydligt kan se att materialet i *P* har en större avvikelse från medelvärdet.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges det korrekt att det är *Q* som har standardavvikelsen 5. Det utvecklas däremot inte hur "man tydligt kan se att materialet i *P* har en större avvikelse från medelvärdet". Resonemanget anses därmed inte vara välgrundat och kraven för resonmangspoäng på C-nivå uppfylls därmed inte.

Elevlösningsexempel 17.b.2 (1 CR)

Kurva Q har standardavvikelsen 5.
 Det ser man för att den är smalare.

Elevlösningsexempel 17.b.3 (1 CR)

Den visar standardavvikelsen "5"
 eftersom en lägre standardavvikelse ger
 "snävrare" kurva.

Elevlösningsexempel 17.b.4 (1 CR)

Standardavvikelsen 5 visar
 kurva Q för att den är högre

Elevlösningsexempel 17.b.5 (1 CR)

Q-KURVAN VISAR MATERIALET I A-UPPG.
 DENNA KURVAN ÄR BRANTARE OCH DET
 BETYDER ATT DET ÄR KORTARE, MINDRE
 AVSTÅND MELLAN TALEN.

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösningarna 2, 3, 4 och 5 visar exempel på godtagbara resonemang som anses uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (2 Cp)

$$6^2 + 9^2 = 117$$

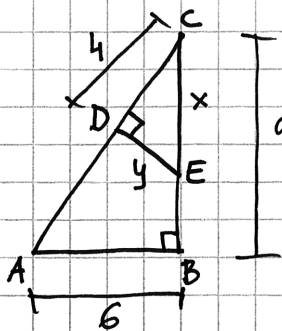
$$\sqrt{117} \quad C\# = x$$

$$\frac{x \cdot \sqrt{117}}{\sqrt{117}} = \frac{4}{9}$$

$$x \approx 4,81 \text{ cm}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation finns inga motiveringar till beräkningarna eller hänvisningar till figuren. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (2 Cp)



$$\frac{4}{9} = \frac{y}{6}$$

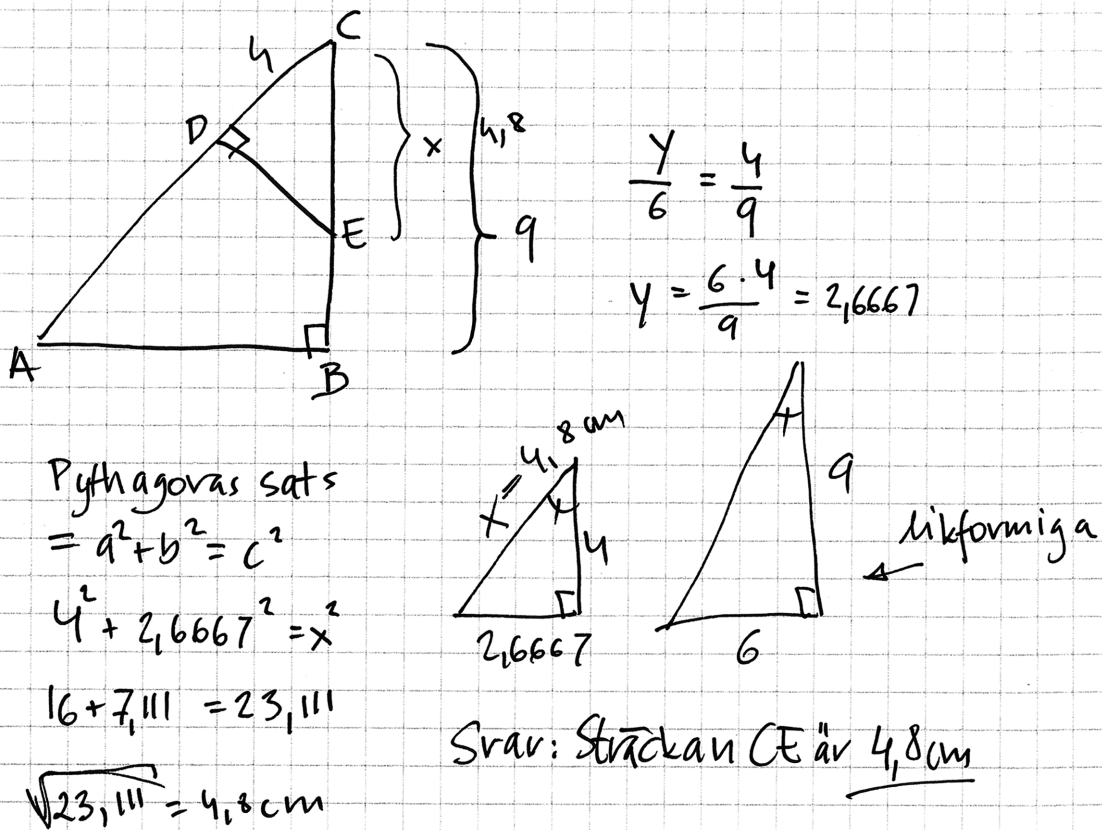
$$y = \frac{24}{9} \approx 2,67$$

Pythagoras: $x^2 = y^2 + 4^2$

$$x = \sqrt{16 + \left(\frac{24}{9}\right)^2}$$

$$x \approx 4,8 \text{ cm}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Såväl x som y är definierade genom figuren. Lösningen saknar hänvisning till att de två trianglarna ABC och CDE är likformiga. Utelämnandet av detta leder till att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Evelösningsexempel 18.3 (2 C_P och 1 C_K)

Bedömningskommentar till exemplet: Evelösningen visar en godtagbar lösning av uppgiften. Gällande kommunikation finns det vissa brister. T.ex. är inte y utsatt i någon av figurerna även om det framgår av den nedre figuren att det är sträckan DE som avses. Någon explicit förklaring till varför trianglarna är likformiga ges inte heller även om detta framgår genom markering av motsvarande lika vinklar. Trots bristerna är lösningen möjlig att följa och förstå och sammantaget bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Evelösningsexempel 19.1 (2 C_M)

Exp. funktion $y = C \cdot a^x$

y - guldpriis x - tid a - faktor

C - startvärde ca 540

Trå punkter (0, 540) och (0,5, 600)

Sätter in punkterna under LIST på räknaren och kör ExpReg (regression)

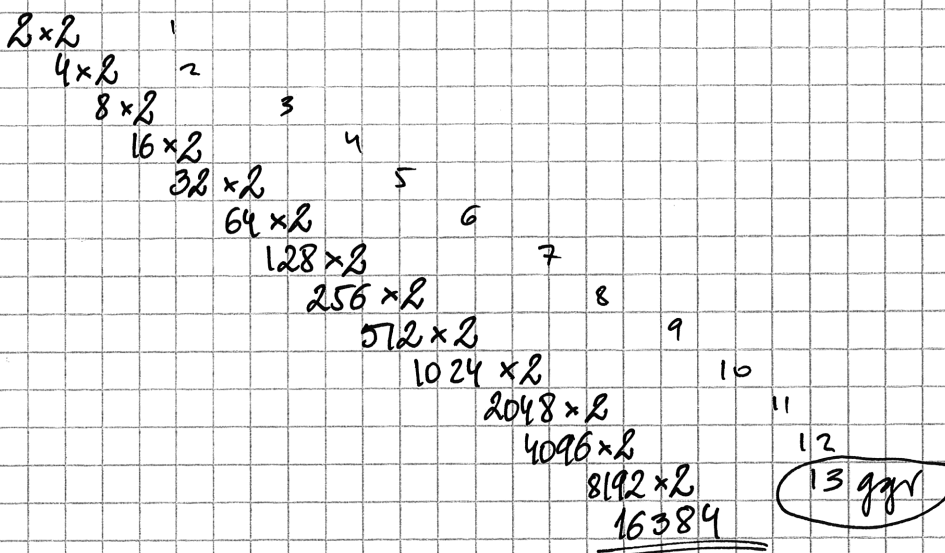
Får $y = 540 \cdot 1,23^x$

Bedömningskommentar till exemplet: Evelösningen visar en godtagbar lösning där regression utförs med hjälp av ett digitalt hjälpmedel. Lösningen anses uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på C-nivå.

Uppgift 20

Evelösningsexempel 20.1 (1 C_{PL})

Fordubblas:



Bedömningskommentar till exemplet: Evelösningen visar insikt i hur problemet ska lösas men första vikningen som motsvaras av 1-2 tas inte med. Detta leder till ett felaktigt svar men anses vara tillräckligt för att kraven för ansatspoängen ska vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 20.2 (2 C_{PL})

Antal ringar: 1 2 4 ... 16384

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 2^0 2^1 2^2 $2^?$

x2

8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4098 8192 16384

2^3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

$2^{14} = 16384$ Svar: 14 ggr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en systematisk prövning där insikt visas för att det är ekvationen $2^x = 16384$ som ska lösas. Prövning i det här fallet anses vara en godtagbar metod och lösningen ges därmed båda problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (2 C_M)

tenntråd = x	}	rensinn = y	silverkolor = z	$550x + 25y = 110,50$	}	Svar:	
				$175x + 25y + 40z = 163$			$x = 0,18 \text{ kr/m}$
				$350x + 50y + 20z = 146$			$y = 0,46 \text{ kr/m}$
						$z = 3 \text{ kr/st}$	

Armband med fyrfläta = $550x + 25y = 110,50$

Armband med silverkolor = $175x + 25y + 40z = 163$

Dubbelarmband med enkelfläta och silverkolor
 = $350x + 50y + 20z = 146$

$$550x + 25y = 110,50$$

$$-550x$$

$$\frac{25y}{25} = \frac{110,50 - 550x}{25}$$

$$y = 4,42 - 22x$$

$$y = 4,42 - 22 \cdot 0,18$$

$$y = 4,42 - 3,96$$

$$y = 0,46$$

$$175x + 25(4,42 - 22x) + 40z = 163$$

$$175x + 110,5 - 550x + 40z = 163$$

$$-375x + 40z = 163 - 110,5$$

$$-375x + 40z = 52,5$$

$$\frac{40z}{40} = \frac{52,5 + 375x}{40}$$

$$z = 1,3125 + 9,375x$$

Fortsättning på nästa sida.

$$350x + 50(4,42 - 22x) + 20(1,3125 + 9,375x) = 146$$

$$350x + 221 - 1100x + 26,25 + 187,5x = 146$$

$$175 \cdot 0,18 + 25 \cdot 0,46 + 40z = 163$$

$$31,5 + 11,5 + 40z = 163$$

$$40z = 163 - 43$$

$$\frac{40z}{40} = \frac{120}{40}$$

$$z = 3$$

$$= 146 - 26,25 - 221$$

$$\frac{-5625x = -101,25}{-562,5} \quad \frac{-101,25}{-562,5}$$

$$x = 0,18$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Ekvationssystemet som ställs upp innehåller längder uttryckta i cm och omvandlas inte till meter i svaret. Detta resulterar i ett svar med felaktig enhet vilket gör att kraven för den sista modelleringspoängen på C-nivå inte anses vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna felaktigt definierade i början av lösningen. I övrigt är lösningen något svår att följa och förstå då beräkningarna inte placeras i ordning utan blandas. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (3 C_M och 1 C_K)

25 cm teakträd = a

25 cm renskinnband = b

20 silverkultor = c

$$\begin{cases} 22a + b = 110,5 & \cdot (-3) \\ 7a + b + 2c = 163 \\ 14a + 2b + c = 146 \end{cases}$$

$$7a + b + 2c = 163$$

$$14a + 2b + c = 146$$

$$c = 146 - 14a - 2b$$

$$7a + b + 2(146 - 14a - 2b) = 163$$

$$-21a - 3b = -129$$

$$\begin{cases} 21a + 3b = 129 \\ -66a - 3b = -331,5 \end{cases}$$

$$-66a - 3b = -331,5$$

$$-45a = -202,5$$

$$\frac{45a}{45} = \frac{202,5}{45}$$

$$a = 4,5$$

$$22 \cdot 4,5 + b = 110,5$$

$$99 + b = 110,5$$

$$\begin{array}{r} -99 \\ -99 \end{array}$$

$$b = 11,5$$

Fortsättning på nästa sida.

$$7 \cdot 4,5 + 11,5 + 2c = 163$$

$$31,5 + 11,5 + 2c = 163$$

$$-43$$

$$-43$$

$$\frac{2c}{2} = \frac{120}{2}$$

$$c = 60$$

$$\begin{cases} a = 4,5 \\ b = 11,5 \\ c = 60 \end{cases}$$

$$\frac{c}{20} = \frac{60}{20} = 3$$

$$\text{silverkulor} = 3 \text{ kv/st}$$

$$\text{renskinn} = 46 \text{ kv/m}$$

$$11,5 \cdot 4 = 46$$

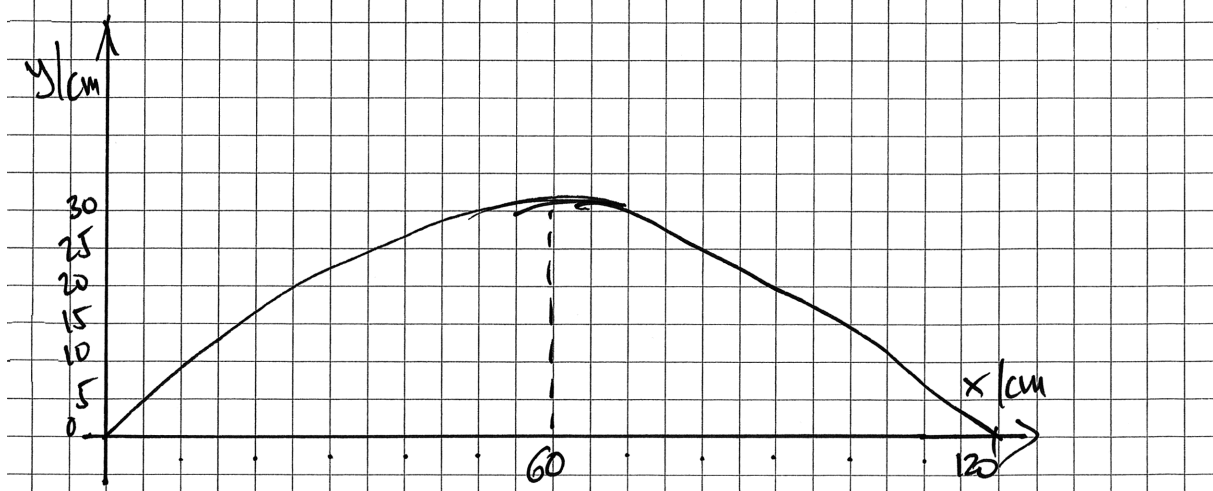
$$\text{tenntråd} = 18 \text{ kv/m}$$

$$4,5 \cdot 4 = 18$$

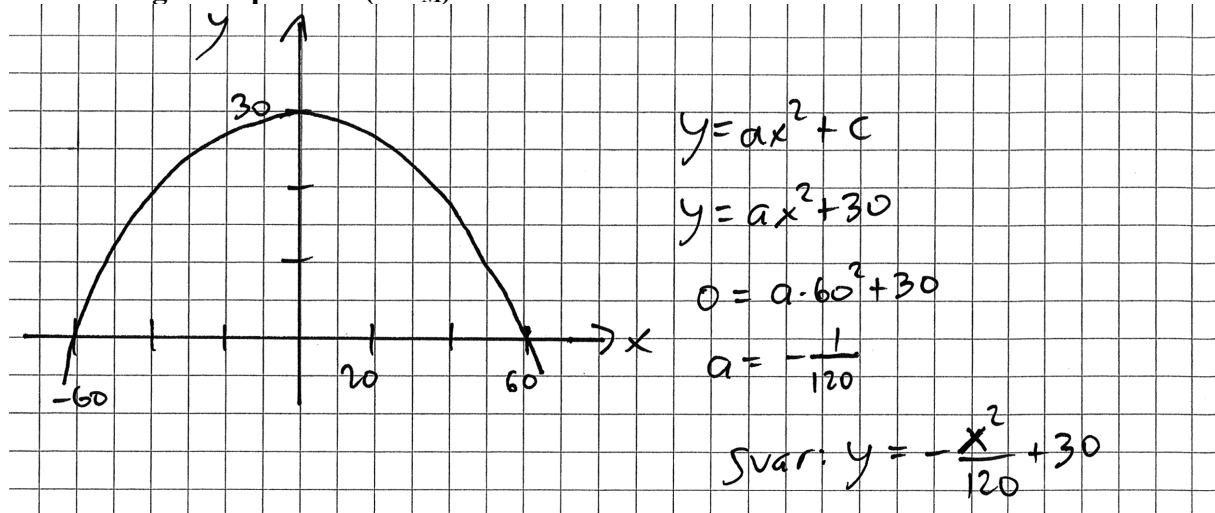
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där uppgiften behandlas i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå. Variablerna anses vara godtagbart definierade i och med att en viss längd/mängd ingår även om enheten för kostnaden saknas. Detta kompenseras delvis genom att korrekt enhet anges i svaret. Sammantaget ges lösningen tre modelleringspoäng på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 A_M)



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar grafen till en andragradsfunktion i ett definierat koordinatsystem. Funktionens maximum och nollställen framgår av figuren även om de tre punkternas koordinater inte är angivna. Trots dessa brister anses lösningen motsvara en anpassning av passbitens form till en matematisk modell. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 A_M)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och mellanled i beräkningarna. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 22.3 (2 A_M och 1 A_K)

Det finns 3 kända punkter: $(0, 0)$, $(60, 30)$ och $(120, 0)$

Andragsradsfunktion: $y = ax^2 + bx + c$

punkten $(0, 0)$ ger $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0$

punkterna $(60, 30)$ och $(120, 0)$ ger

$$\begin{cases} 30 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & \textcircled{1} \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ multipliceras med -2

$$\begin{cases} -60 = -7200a - 120b \\ 0 = 14400a + 120b \end{cases}$$

$$-60 = 7200a$$

$$a = -0,0083$$

$$120b = -14400a$$

$$b = \frac{-14400a}{120}$$

$$b = \frac{-14400(-0,0083)}{120}$$

$$b = 1$$

Svar: Funktionen kan vara

$$y = -0,0083x^2 + x$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Bland annat definieras de tre givna punkterna som punkter i ett koordinatsystem och formeln för en allmän andragsradsfunktion anges. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 A_M och 1 A_K)

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}} \quad I = \text{ljudintensitet (w/m}^3\text{)}$$

$$L = \text{ljudnivå (dB)}$$

Försöket minskade ljudnivån med 3 dB.

$$\text{Ex. } 97 \text{ dB} \rightarrow 94 \text{ dB}$$

$$I \text{ då } L = 97 \text{ dB}$$

$$97 = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}}$$

$$9,7 = \lg \frac{I}{10^{-12}}$$

$$9,7 = \lg I - \lg 10^{-12}$$

$$9,7 = \lg I + 12$$

$$-2,3 = \lg I$$

$$10^{-2,3} = 10^{\lg I}$$

$$I = 0,005012 \text{ w/m}^3$$

$$I \text{ då } L = 94 \text{ dB}$$

$$94 = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}}$$

$$9,4 = \lg \frac{I}{10^{-12}}$$

$$9,4 = \lg I - \lg 10^{-12}$$

$$9,4 = \lg I + 12$$

$$-2,6 = \lg I$$

$$10^{-2,6} = 10^{\lg I}$$

$$I = 0,002512 \text{ w/m}^3$$

$$\text{F-faktor } \frac{0,002512}{0,005012} = 0,5$$

Svar: Ljudintensiteten minskar med 50%.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en beräkning av ett specialfall för minskning av ljudintensiteten med 3 dB. Detta anses uppfylla kraven för den första modelleringspoängen på A-nivå. Eftersom slutsatsen att ljudintensiteten minskar med 50 % dras utifrån ett enda specialfall bedöms inte resten av lösningen vara godtagbar och därmed anses inte kraven för den andra modelleringspoängen för A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och det matematiska språket korrekt. Trots att den andra modelleringspoängen inte delas ut anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.