

<b>Delprov B</b>	Uppgift 1-11. Endast svar krävs.
<b>Delprov C</b>	Uppgift 12-16. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 24 E-, 23 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 46 poäng varav 7 poäng på A-nivå

A: 55 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritat figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Bestäm  $f'(x)$  om

a)  $f(x) = 4x^3 + 7x + 2$   $f'(x) =$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $f(x) = e^{2x}$   $f'(x) =$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Jamileh sätter in 5000 kr i början av varje år på ett sparkonto. Hon gör 12 insättningar och årsräntan är 2 %.

Ett av alternativen A-F visar hur mycket pengar hon har på sitt konto precis efter den tolfte insättningen. Vilket?

(Bortse från eventuella skatteeffekter.)

A.  $5000 \cdot \frac{1,02^{11} - 1}{1,02 - 1}$ kr	B.  $5000 \cdot \frac{1,02^{12} - 1}{1,02 - 1}$ kr	C.  $5000 \cdot \frac{1,02^{13} - 1}{1,02 - 1}$ kr
D.  $5000 \cdot \frac{0,02^{11} - 1}{0,02 - 1}$ kr	E.  $5000 \cdot \frac{0,02^{12} - 1}{0,02 - 1}$ kr	F.  $5000 \cdot \frac{0,02^{13} - 1}{0,02 - 1}$ kr

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

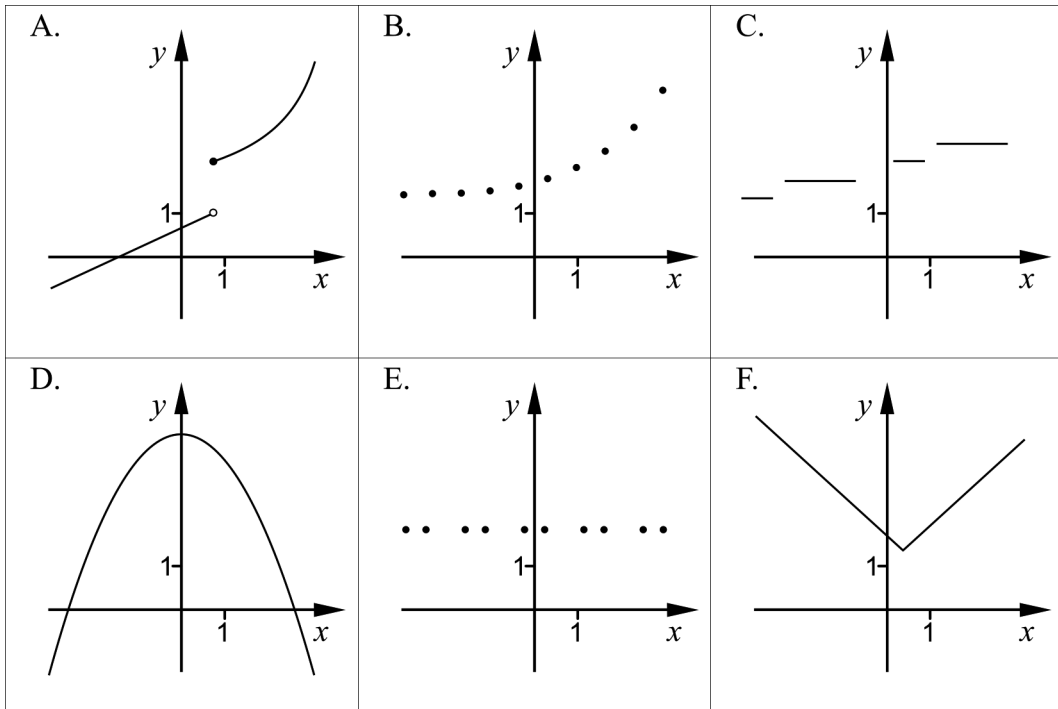
3. Figuren visar de huvudsakliga egenskaperna hos graferna till sex olika funktioner.

a) Två av figurerna A-F visar en graf till en diskret funktion. Vilka två?

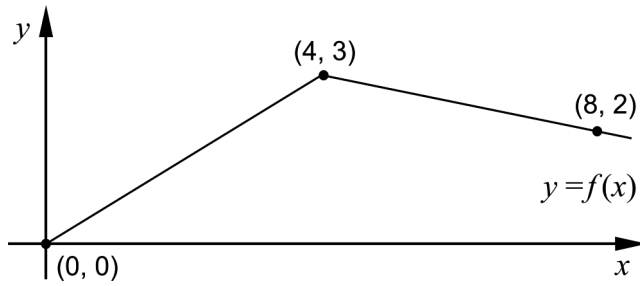
\_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Två av figurerna A-F visar en graf till en funktion som är kontinuerlig för alla  $x$ . Vilka två?

\_\_\_\_\_ (1/0/0)



4. Figuren visar grafen till funktionen  $f$ .



a) Bestäm  $\int_0^4 f(x) dx$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Bestäm  $f'(5)$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

5. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a)  $x(7+x)(7-x) + x^3$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x}\right)^{-1}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $\frac{2}{x-2} + \frac{x}{2-x}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Bestäm ett tal  $A$  och ett tal  $B$  så att tredjegrads ekvationen

$$x(x+A)\left(\frac{2}{5} + Bx\right) = 0$$

får lösningarna  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 5$  och  $x_3 = -\frac{7}{3}$

$A =$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

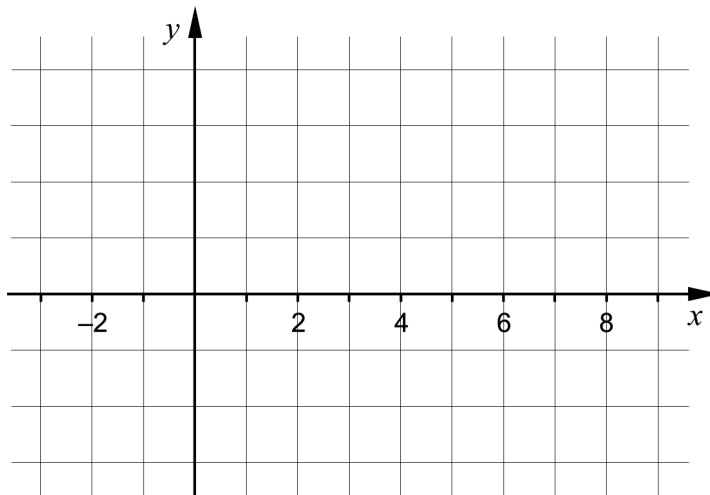
$B =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. För en polynomfunktion  $f$  gäller att derivatan har endast två nollställen. Tabellen visar derivatans tecken för några olika värden på  $x$ .

$x$	-2	0	2	5	7
$f'(x)$	-	0	+	0	+

Skissa en möjlig graf till funktionen  $f$  i koordinatsystemet nedan.

(0/2/0)



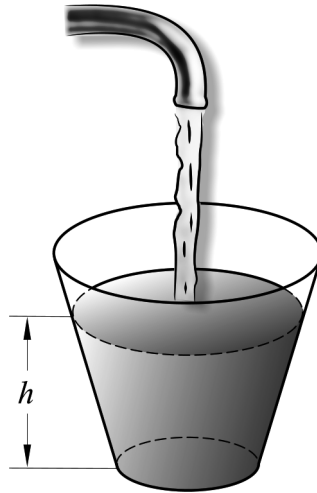
8. Det finns flera rationella uttryck som uppfyller följande villkor:

- Uttrycket har värdet 0 endast då  $x = -5$
- Uttrycket är inte definierat för  $x = 10$

Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som uppfyller båda villkoren.

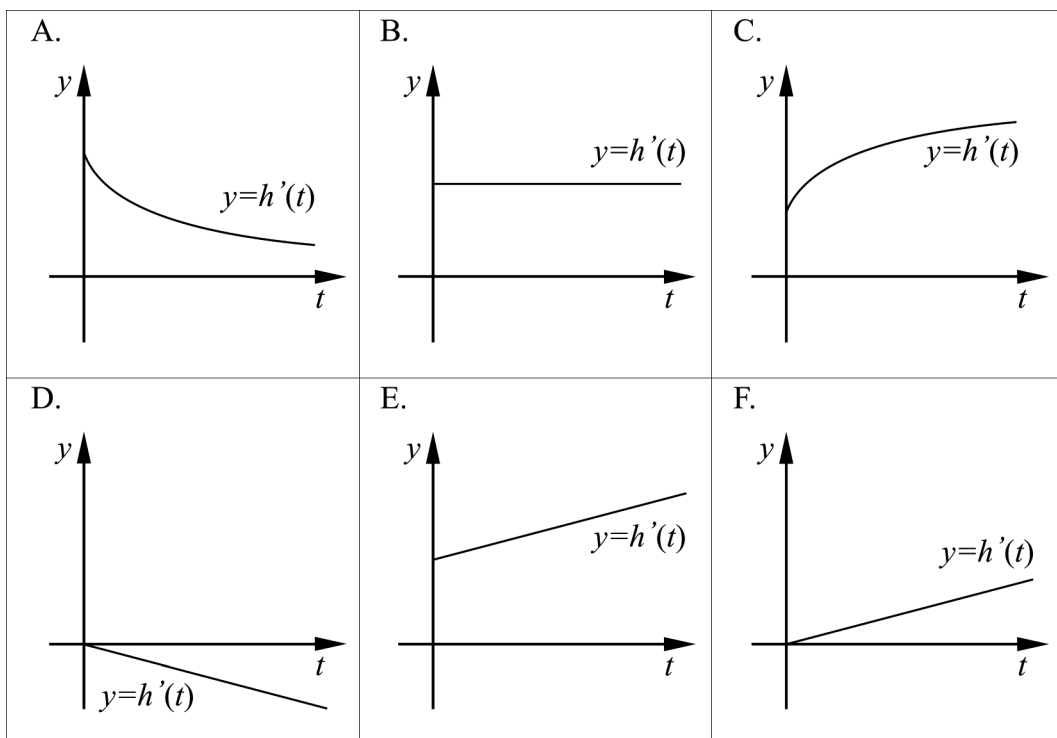
\_\_\_\_\_ (0/2/0)

9. Figuren visar hur vatten fylls i ett glas. Glaset är smalare nedtill. Vattnet rinner ur kranen med konstant hastighet. Vattenytans höjd  $h$  över glasets botten är en funktion av tiden  $t$ .



Vilken av graferna A-F beskriver *bäst* derivatan  $h'(t)$  under den tid som glaset fylls?

\_\_\_\_\_ (0/1/0)



10. Ge ett exempel på en funktion  $f$  som inte är konstant och som har gränsvärdet 3 då  $x \rightarrow \infty$ .

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (0/0/1)$$

11. Lös ekvationen

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 = 2(x^7 - 1)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad (0/0/1)$$

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Olle och Olga säljer kantareller och funderar på att höja kantarellernas kilopris för att öka dagsinkomsten. De har kommit fram till att dagsinkomsten som funktion av prishöjningen ges av

$$f(x) = -0,1x^2 + 5x + 3000$$

där  $f(x)$  är dagsinkomsten i kr och  $x$  är prishöjningen i kr/kg.



Beräkna, med hjälp av derivata, vilken prishöjning  $x$  som ger den största dagsinkomsten.

(2/0/0)

13. Beräkna

a)  $\int_1^2 4x^3 dx$

(2/0/0)

b)  $\int_2^4 \frac{2}{x^2} dx$

(0/2/0)

14. Bestäm  $f''(4)$  om  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$ .

Ange svaret på enklaste form.

(0/2/0)

15. Vad måste gälla för att linjen  $y = f(x)$  ska tangera kurvan  $y = g(x)$  i den punkt där  $x = a$ ?

(0/0/2)



16.

Ett stambråk är ett bråk där täljaren är 1 och nämnaren är ett positivt heltal, det vill säga  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  och så vidare.

Egyptierna använde sig av stambråk i sina beräkningar. Istället för att skriva  $\frac{5}{6}$  skrev de bråket som en summa av olika stambråk:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Bråket  $\frac{2}{3}$  kan skrivas som summan av tre stambråk som uppfyller villkoren:

- Det andra stambråket har en nämnare som är 3 gånger så stor som det första stambråkets nämnare.
- Det tredje stambråket har en nämnare som är 1 mindre än det första stambråkets nämnare.

Ställ upp en ekvation och visa genom att lösa denna att det endast finns ett sätt att skriva bråket  $\frac{2}{3}$  som en summa av tre stambråk, om villkoren gäller. (0/0/3)