16. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer den övre integrationsgränsen, $x = 0{,}5$ +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. korrekt beräkning av $\int_0^{0{,}5} e^{2x}\,dx$, $0{,}5e - 0{,}5$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (0,5 a.e.) +1 C_{PL}

Kommentar: Svar utan enhet eller med felaktig enhet godtas.

17. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $4a = \dfrac{2a^2 - (-42)}{a - (-2)}$ där a är tangeringspunktens x-koordinat +1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer den ena tangeringspunktens x-koordinat, $a_1 = -7$ *eller* $a_2 = 3$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = -28x - 98$) *eller* ($y = 12x - 18$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $1000 \cdot \dfrac{1{,}06^x - 1}{1{,}06 - 1} = 30000$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (18) +1 E_M

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer det allmänna uttrycket för funktionen, t.ex. $f(x) = x^4 + C$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = x^4 - 343$) +1 E_{PL}

20. **Max 1/1/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang som styrker att Sabina har rätt, t.ex. resonemang baserat på argumentet att värdet hos konstanten A endast påverkar grafens läge i y-led +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbart välgrundat resonemang som styrker att Sabina har rätt, t.ex. resonemang baserat på argumentet att $y'' = 8 - 12x^2$ är maximalt 8 eftersom termen $-12x^2$ alltid är negativ eller noll +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 2/5/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $1250e^{0,012 \cdot t} = 2000$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2049) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, visar insikt om att funktionen ska deriveras, t.ex. genom att påbörja derivering av funktionen f +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar inklusive korrekt enhet (19 medlemmar/år) +1 C_B

c) Godtagbar ansats, bildar en differensfunktion t.ex. $S = 1250e^{0,012 \cdot t} - (1250 + 16t)$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($t = 15$) +1 C_M

Lösningen (deluppgift a, b och c) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang genom att använda en undersökningsmetod som kan ge väl underbyggda slutsatser, t.ex. undersöker på sin grafräknare om *derivatans* graf har några nollställen +1 C_R

med godtagbart slutfört välgrundat resonemang med korrekt slutsats (t.ex. ”Grafen till derivatan blir aldrig noll, så det är ingen terrasspunkt”) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats,

t.ex. tecknar de två olikheterna $\begin{cases} 100x + 125y \le 10000 \\ x + y \le 100 \end{cases}$ korrekt +1 C_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer ett system av olikheter som motsvarar kraven, t.ex.

$$\begin{cases} 100x + 125y \le 10000 \\ x + y \le 100 \\ x + 0,25y \le 40 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$ +1 C_M

Godtagbar lösning, där punkterna (0, 80), (25, 60) och (40, 0) prövas, med korrekt svar (25 hjärtformade och 60 runda tvålar) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Kommentar: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Här kan tredje modelleringspoängen delas ut oavsett om andra modelleringspoängen har delats ut eller inte.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. om varför derivatan är avtagande kring punkten där $x = a$ +1 A_R

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som förklarar varför en avtagande derivata innebär en negativ andraderivata i punkten där $x = a$ +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, inleder ett bevis genom att bilda den nya ekvationen $k \cdot S_n = ak + ak^2 + ak^3 + ak^4 + \ldots + ak^n$ och beräknar differensen mellan den nya och den givna ekvationen, $k \cdot S_n - S_n = ak^n - a$ +1 A_R

med i övrigt godtagbart slutfört bevis +1 A_R

26. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, tecknar en i huvudsak korrekt volymfunktion i en variabel *eller* en korrekt volymfunktion i två variabler, t.ex.
$V = 12(x+8)(y+10) - 8xy$ +1 A_M

med godtagbar fortsättning, tecknar en korrekt volymfunktion i en variabel, t.ex. $V = 12(x+8)(\frac{900}{x}+10) - 8x \cdot \frac{900}{x}$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning inklusive verifiering av minimum med godtagbart svar (11000 cm^3) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Uppgift 20a

Elevlösning 20a.1 (1 E_R)

a) Ja, Sabina har rätt då konstanten A bara påverkar var minimipunkten har sin y-koordinat

Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt godtagbart resonemang där det framgår att värdet på konstanten *A* endast påverkar minimipunktens läge i *y*-led. Resonemanget hade varit tydligare om det framgått att *hela grafen* förskjuts i *y*-led. Elevlösningen ges nätt och jämnt resonemangspoängen på E-nivå.

Elevlösning 20a.2 (1 E_R)

a) Ja hon har rätt. Extrempunkternas x-koordinater fås när $f'(x)=0$
Eftersom A är en konstant deriveras inte den, så $f'(x)$ är alltid $8x-4x^2$ oavsett A:s värde

Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt godtagbart resonemang. Frasen ”deriveras inte den” är felaktig men kompenseras av resonemanget på sista raden. Elevlösningen ges resonemangspoängen på E-nivå.

Uppgift 20b

Elevlösning 20b.1 (0 poäng)

$f(x) = 4x^2 - x^4$

Påstående $f''(x)$ är mindre än 10 för alla x

$f'(x) = 8x - 4x^3$

$f''(x) = 8 - 12x^2$

Ja, i och med $-12x^2$ går det inte att få det större än 10.

Kommentar: Elevlösningen bedöms inte ha en sådan kvalitet att den motsvarar en resonemangspoäng på C-nivå eftersom det inte förklaras på vilket sätt termen $-12x^2$ påverkar andraderivatans värde. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 20b.2 (0 poäng)

Sabina har rätt då det högsta värdet är 8.

$f(x) = 4x^2 - x^4 \Rightarrow f'(x) = 8x - 4x^3 \Rightarrow f''(x) = 8 - 12x^2$

Kommentar: Elevlösningen bedöms inte ha en sådan kvalitet att den motsvarar en resonemangspoäng på C-nivå eftersom det utan motivering påstås att största värdet är 8. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 20b.3 (1 C_R)

$f'(x) = 8x - 4x^3$ $\quad f''(x) = 8 - 12x^2$

Det stämmer. Eftersom $12x^2$ alltid blir positivt så blir $f''(x)$ mindre än 8.

Kommentar: Elevlösningen visar ett välgrundat resonemang trots att fallet då $12x^2 = 0$ utelämnas. Lösningen ges nätt och jämnt resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 21.1 (2 E_M, 2 C_B, 2 C_M och 1 C_K)

a) $f(t) = 1250e^{0,012t}$

$2000 = 1250e^{0,012t}$

$\ln\frac{2000}{1250} = \ln e^{0,012t}$

$0,012t = \ln\frac{2000}{1250}$

$t = \frac{\ln\frac{2000}{1250}}{0,012} \approx 39$ SVAR: 2049

b) $f'(t) = 1250 \cdot 0,012e^{0,012t}$

$f'(2030) = f'(20) = 1250 \cdot 0,012e^{0,012 \cdot 20} = 19$

SVAR: 19 st/år

c) $y = 1250 + 16t - 1250e^{0,012t}$

$y' = 16 - 1250 \cdot 0,012e^{0,012t}$

$16 = 1250 \cdot 0,012e^{0,012t}$

$\frac{16}{1250 \cdot 0,012} = e^{0,012t}$

$\ln\frac{16}{1250 \cdot 0,012} = \ln e^{0,012t}$

$t = \frac{\ln\frac{16}{1250 \cdot 0,012}}{0,012} = 5,37$

$t = 5,37$ år $\rightarrow$ 2,72

$t = 0$ år $\rightarrow$ 0

$t = 15$ år $\rightarrow$ $-6,52$ SVAR: $t = 15$

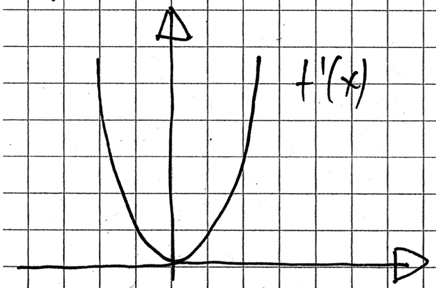
Kommentar: Uppgiften är behandlad i sin helhet och lösningen korrekt. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjligt att följa och förstå. I b)-uppgiften är skrivsättet $f'(2030)$ felaktigt. I c)-uppgiften saknas $y' = 0$ i redovisningen och det framgår inte att det är funktionsvärden som beräknas i slutet av lösningen. Trots dessa brister bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoängen på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 22.1 (1 C_R)

$f(x) = x^3 + 0{,}03x + 1$

$f'(x) = 3x^2 + 0{,}03$



från grafräknaren

Derivatans graf är alltid positiv utom då $x=0$ för då är derivatan 0. Teckenväxling + 0 + alltså är det en terasspunkt Peder har rätt!

Kommentar: I lösningen studeras derivatans graf på grafräknaren. Undersökningsmetoden kan leda till välgrundade slutsatser, men eftersom fönsterinställningen är för grov framgår inte att derivatan saknar nollställe och en felaktig slutsats dras. Sammantaget ges lösningen den första resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösning 22.2 (1 C_R)

$f(x) = x^3 + 0{,}03x + 1$

$f'(x) = 3x^2 + 0{,}03$

$3x^2 + 0{,}03 = 0$

$x^2 + 0{,}01 = 0$

$x^2 = -0{,}01$

$x = \pm\sqrt{-0{,}01}$ ERROR

$x = 0{,}1$?

x	0	0,1	0,2
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	↗	TERRASS	↗

HAN HAR RÄTT!

Kommentar: Undersökningsmetoden (söka derivatans nollställe) är godtagbar eftersom den kan leda till välgrundade slutsatser, men eftersom beräkningen av derivatans nollställe inte är korrekt dras en felaktig slutsats. Sammantaget ges lösningen den första resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 23.1 (2 C_M och 1 C_K)

$$\begin{cases} 100x + 125y = 10000 \\ 1x + 1y = 100 \\ 1x + 0{,}25y = 40 \end{cases}$$

A (0,80)

C (40,0)

B (25,60)

$$\begin{cases} 100x + 125y = 10\,000 \\ x + 0{,}25y = 40 \end{cases}$$

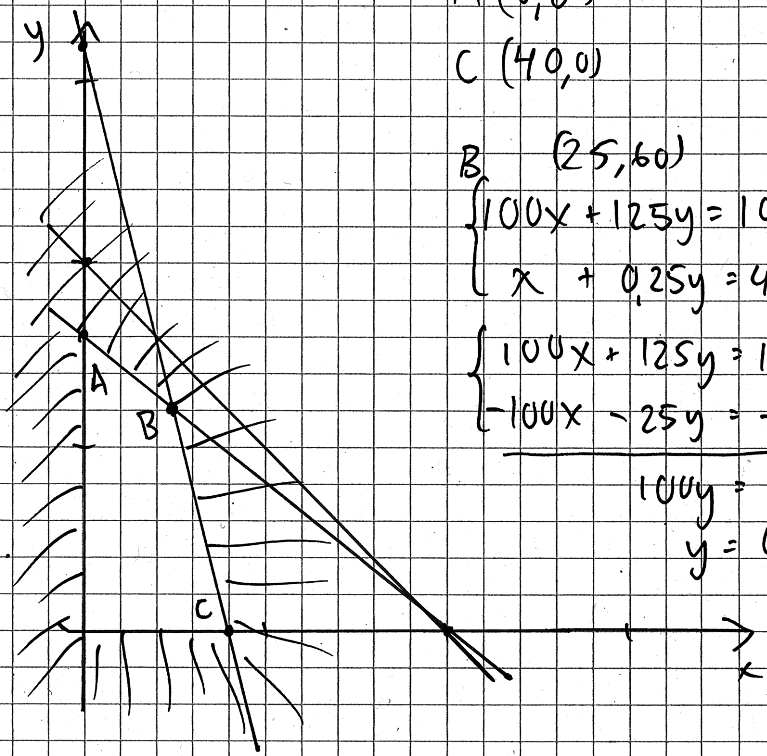
$$\begin{cases} 100x + 125y = 10\,000 \\ -100x - 25y = -4000 \end{cases}$$

$$100y = 6000$$

$$y = 60$$

$$x + 0{,}25 \cdot 60 = 40$$

$$x = 25$$



Vinst = $15x + 10y$

(0,80)	$15 \cdot 0 + 10 \cdot 80 = 800$
(40,0)	$15 \cdot 40 + 10 \cdot 0 = 600$
(25,60)	$15 \cdot 25 + 10 \cdot 60 = 975$

De ska göra 25 B och 60 C

Kommentar: Elevlösningen utgår från ett system av ekvationer istället för olikheter och villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ saknas. Höger- och vänsterled i de tre ekvationerna är dock korrekta. Denna inledning bedöms motsvara en godtagbar ansats och ges den första modelleringspoängen men inte den andra. Beräkningarna som sedan följer är korrekt utförda, vilket gör att den tredje modelleringspoängen ges. När det gäller kommunikation är figuren tydlig och visar det aktuella området och de punkter som är relevanta. Lösningen är möjlig att följa och förstå och symboler används med viss anpassning till syfte och situation, trots att de inledande ekvationerna och figuren inte är samstämmiga. Sammantaget ges elevlösningen första och tredje modelleringspoängen på C-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösning 23.2 (3 C_M och 1 C_K)

Antal hjärtträlar x

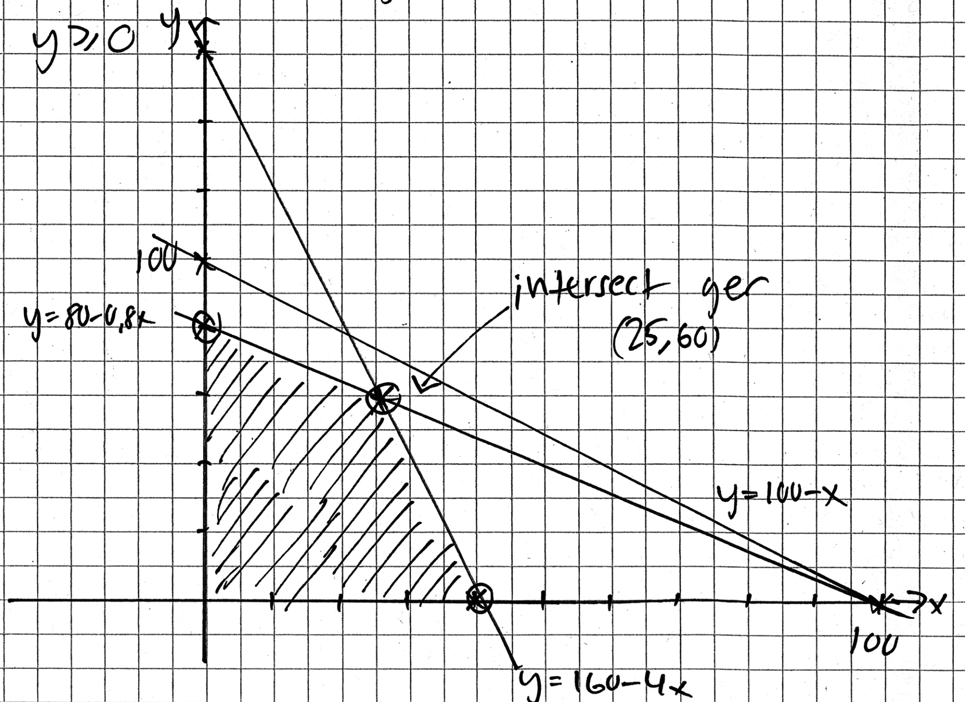
Antal rundaträlar y

$100x + 125y \leq 10000$ $\quad (y = 80 - 0{,}8x)$

$x + y \leq 100$ $\quad (y = 100 - x)$

$x + 0.25y \leq 40$ $\quad (y = 160 - 4x)$

$x \geq 0 \quad y \geq 0$



Vinsten $V = 15x + 10y$

Punkt	Vinst	
(40,0)	$15 \cdot 40 + 10 \cdot 0$	$= 600$
(25,60)	$15 \cdot 25 + 10 \cdot 60$	$= 975$
(0,80)	$15 \cdot 0 + 10 \cdot 80$	$= 800$

SVAR: Mest vinst i punkten (25,60)

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet och är korrekt utförd. När det gäller kommunikation saknas klammer kring olikheterna och svaret är inte tydligt med avseende på den ställda frågan. Lösningen är i övrigt möjlig att följa och förstå med en tydlig figur. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för tre modelleringspoäng på C-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 24.1 (0 poäng)

Den är negativ för den har en maximipunkt.
Första derivatan är ju = 0, och eftersom kurvan
börjar luta nedåt efter extrempunkten
så blir andraderivatan negativ

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang där det inte framgår varför derivatan är avtagande kring punkten där $x = a$. Elevlösningen ges noll poäng.

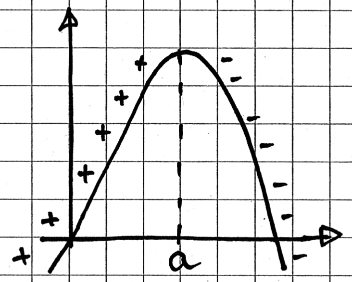
Elevlösning 24.2 (1 A_R)

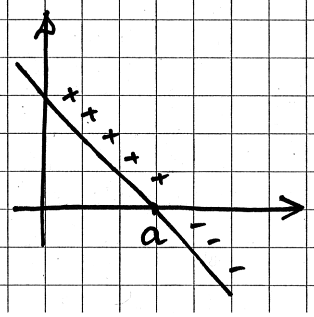
Derivatan bestämmer lutningen i en punkt.
Lutningen i en vändpunkt är noll, vilket gör
att derivatans graf visar denna punkt på x-axeln
och fortsätter sedan nedåt eftersom följande
punkter har negativ lutning.
Andraderivatan visar lutningen i derivatans graf
och eftersom punkten a har negativ lutning i
derivatans graf är punkten även negativ i
andraderivatan.

Kommentar: Resonemanget omfattar endast intervallet $x \geq a$ och anses därmed endast uppfylla kraven för en godtagbar ansats. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 24.3 (2 A_R)

Svar: Eftersom funktionen har en maximi så börjar derivatan positiv för att bli negativ





Derivatan $k<0$ alltså andraderivatan negativ

Kommentar: Lösningen visar en godtagbar ansats där det framgår varför derivatan är avtagande kring punkten där $x = a$. Däremot saknar figurerna förklarande text om varför en avtagande derivata innebär en negativ andraderivata. Elevlösningen anses trots denna brist nätt och jämnt uppfylla kraven för två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 26

Elevlösning 26.1 (2 A_M)

$V = V_{yttre} - V_{inre}$

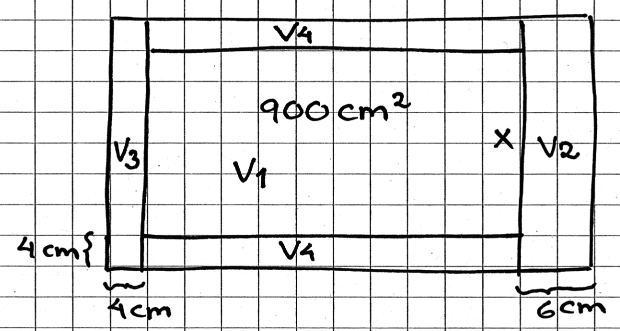
$V = 12\left(\frac{900}{x} + 10\right)(x+8) - 900 \cdot 8$

Grafräknaren ger då $x = 27$, $V = 11000$

Svar 11000 cm^3

Kommentar: Elevlösningen leder fram till rätt svar men är knapphändig. När det gäller kommunikation saknas redovisning av hur volymfunktionen bestämts och hur det digitala verktyget använts. Det är därför oklart om grafräknarfunktionen inkluderar bestämning av minimum eller inte. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för två första modelleringspoängen på A-nivå.

Elevlösning 26.2 (2 A_M och 1 A_K)



5 olika delar

$y = \frac{900}{x}$

$V_1 =$ Undre plattans volym

$= 4(x+8)\cdot(4+\frac{900}{x}+6) = (4x+32)(10+\frac{900}{x})$

$= 40x+3600+320+\frac{28800}{x} = 40x+3920+\frac{28800}{x}$

$V_2 =$ Tjocka sidans volym

$(x+8)\cdot 6\cdot 8 = (6x+48)\cdot 8 = 48x+384$

$V_3 =$ Smala kortsidans volym

$4\cdot 8\cdot x = 32x$

$V_4 =$ Båda långsidornas volym

$= 2\cdot\frac{900}{x}\cdot 8\cdot 4 = \frac{2\cdot 28800}{x}$

$V_{tot} = V_1+V_2+V_3+V_4 =$

$40x+3920+\frac{28800}{x}+384+48x+32x+\frac{2\cdot 28800}{x} =$

$120x+86400\cdot x^{-1}+4304$

$V_{tot}'(x) = 120-\frac{86400}{x^2}$

$120-\frac{86400}{x^2} = 0$

$x^2 = 720 \quad , \quad x = \sqrt{720} \approx 26.83$

$V_{tot}''(x) = -86400\cdot(-2)\,x^{-3}$

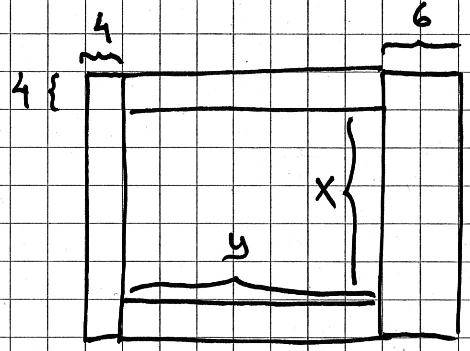
$V_{tot}''(26.83) = 86400\cdot 2\cdot(26,83)^{-3} > 0$ Minpunkt!

$\Rightarrow V_{tot} = 120\cdot 26,83+86400\cdot 26,83^{-1}+4304 = 10744\ cm^3$

Svar $10,7\ dm^3$

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet där en i huvudsak korrekt volymfunktion (V_{tot}) är tecknad förutom att delvolymen V_3 är felaktig. Därmed ges den första modelleringspoängen men inte den andra. Eftersom lösningen fortsättningsvis är korrekt och det tidigare felet inte förenklar lösningen ges den tredje modelleringspoängen (följdfel, se sid.3). När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå då den innehåller en tydlig figur, indexering och förklarande hjälptext. En algebraisk verifiering av minimum avslutar lösningen. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för den första och den tredje modelleringspoängen på A-nivå och kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösning 26.3 (3 A_M och 1 A_K)



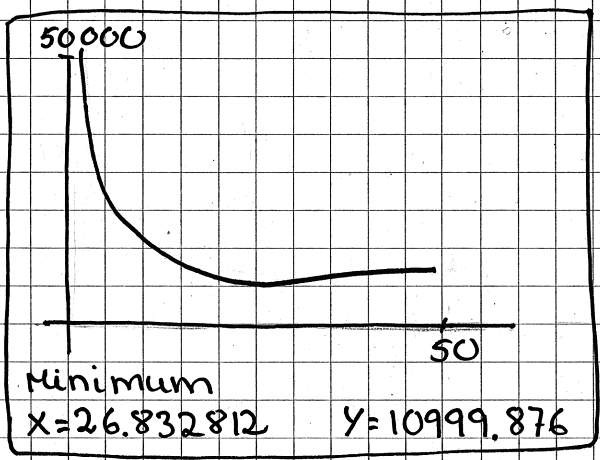
Volymen fås av yttre volymen minus inre volymen

$V = (x+8)(y+10)\cdot 12 - 8xy$ och $x \cdot y = 900$

$V = (x+8)\left(\frac{900}{x}+10\right)\cdot 12 - 8x \cdot \frac{900}{x}$

$V = (x+8)\left(\frac{900}{x}+10\right)\cdot 12 - 7200$

Ritar upp grafen på räknaren och bestämmer minpunkten



Minsta volymen är 11 dm³

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation redovisas tydligt hur funktionsuttrycket framtagits och det framgår även hur det digitala verktyget använts och att minimum är verifierat. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för tre modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.