Delprov D	Uppgift 18–26. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 68 poäng varav 24 E-, 25 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 54 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

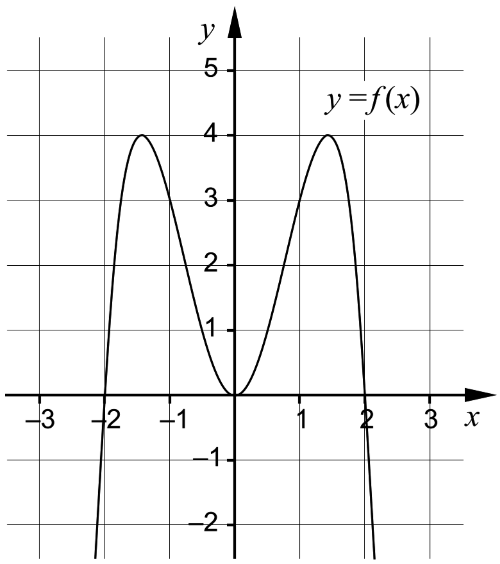
18. Miriam har födelsedag den 1 januari. På varje födelsedag sätter hennes farmor in 1000 kr på Miriams fondkonto. Anta att den årliga procentuella värdeökningen på fondkontot är 6 %.

Bestäm hur många insättningar farmor behöver göra för att Miriam ska ha minst 30 000 kr på sitt konto precis efter den sista insättningen.

Bortse från skatteeffekter. (2/0/0)

19. För funktionen f gäller att $f'(x) = 4x^3$
Bestäm $f(x)$ så att $f(5) = 282$ (2/0/0)

20. För funktionen f gäller att $f(x) = 4x^2 - x^4 + A$ där A är en konstant.
Figuren visar grafen till funktionen f då $A = 0$



a) Sabina påstår:
– Funktionen har alltid tre extrempunkter oavsett värde på konstanten A.
Har Sabina rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

b) Sabina undersöker $f(x) = 4x^2 - x^4$ och påstår:
– Andraderivatan för $f(x) = 4x^2 - x^4$ är mindre än 10 för alla x.
Har Sabina rätt? Motivera ditt svar. (0/1/0)

21. Föreningen Lyckans IF vill göra en prognos över antalet medlemmar för de kommande åren. Efter att ha studerat medlemsantalet under de senaste åren ställer de upp modellen

$f(t)=1250\mathrm{e}^{0,012\cdot t}$

där $f(t)$ är antalet medlemmar och t är tiden i år efter 1 januari år 2010.

a) Bestäm vilket år föreningen har 2000 medlemmar enligt modellen. (2/0/0)

b) Bestäm hur snabbt antalet medlemmar ökar 1 januari år 2030 enligt modellen. (0/2/0)

Det finns även andra modeller som beskriver antalet medlemmar som funktion av tiden. En sådan modell är

$g(t)=1250+16t$

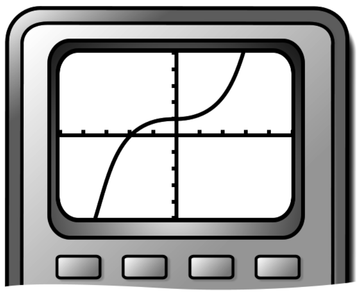
där $g(t)$ är antalet medlemmar och t är tiden i år efter 1 januari år 2010.

Lyckans IF vill undersöka hur prognosen för antalet medlemmar beror av vilken modell de använder. De tänker därför undersöka skillnaden i antalet medlemmar mellan de båda modellerna med hjälp av en ny funktion.

c) Ställ upp den nya funktionen och använd den för att bestämma för vilket värde på t som skillnaden i antalet medlemmar är som störst i intervallet $0 \le t \le 15$ (0/3/0)

22. Peder ritar upp grafen till $f(x)=x^3+0,03x+1$ på sin grafritande räknare och säger:

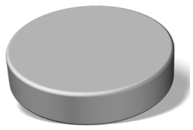
– Jag ser att grafen har en terrasspunkt.



Undersök om han har rätt. (0/2/0)

23. Ellen och David har startat ett UF-företag och tänker tillverka och sälja två olika sorters tvålar. Den ena tvålen ska vara röd och hjärtformad och den andra ska vara rosa och rund.

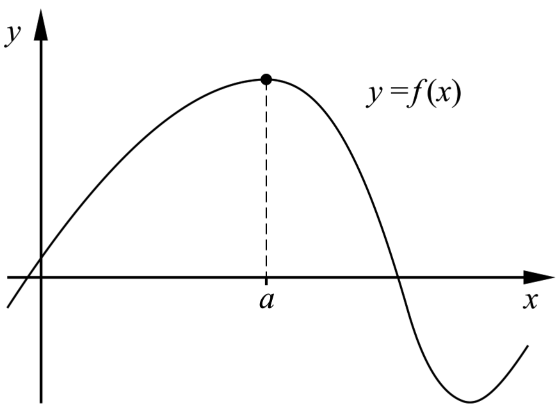
Tvålarna ska tillverkas av tvålmassa, torkade rosenblad och röd tvålfärg. Ellen och David har 10 000 g tvålmassa, 100 g torkade rosenblad och 40 g röd tvålfärg. Nedan visas hur mycket tvålmassa, torkade rosenblad och tvålfärg som de har totalt och som behövs för att tillverka en tvål av varje sort.

	 Hjärta	 Rund	Totalt:
Tvålmassa	100 g	125 g	10 000 g
Torkade rosenblad	1 g	1 g	100 g
Röd tvålfärg	1 g	0,25 g	40 g

De har räknat ut att de tjänar 15 kr för varje hjärtformad tvål och 10 kr för varje rund tvål. Ellen och David förutsätter att alla tvålar de tillverkar blir sålda.

Anta att de tillverkar x hjärtformade tvålar och y runda tvålar. Bestäm hur många tvålar av varje sort som de ska sälja för att tjäna så mycket pengar som möjligt. (0/4/0)

24. Figuren visar grafen till funktionen f.



Utgå från figuren och förklara varför funktionens andraderivata är negativ i maximipunkten där $x = a$. (0/0/2)

25. Michel har glömt sin miniräknare och ska beräkna den geometriska summan

$S_{10} = 1 + 3 + 9 + 27 + ... + 19683$

Nedan visas hans korrekta beräkningar.

$$S_{10} = 1 + 3 + 9 + 27 + ... + 19683$$
$$3S_{10} = 3(1 + 3 + 9 + 27 + ... + 19683)$$
$$3S_{10} - S_{10} = 3(1 + 3 + 9 + 27 + ... + 19683) - (1 + 3 + 9 + 27 + ... + 19683)$$
$$S_{10}(3 - 1) = 3 \cdot 19683 - 1$$
$$2S_{10} = 59049 - 1$$
$$S_{10} = \frac{59049 - 1}{2}$$
$$S_{10} = 29524$$

Bevisa att $S_n = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1}$

för den geometriska summan $S_n = a + ak + ak^2 + ak^3 + ... + ak^{n-1}$

Utgå från Michels beräkningar som hjälp för att genomföra beviset. (0/0/2)

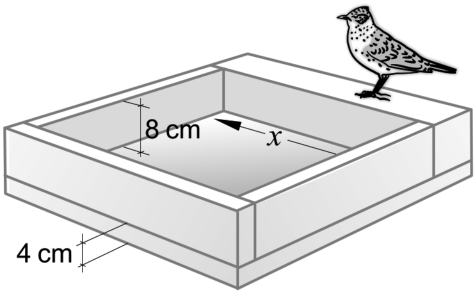
26. Amira ska tillverka fågelbad i betong. Fågelbaden består av fyra sidor som ska sättas fast på en rektangulär bottenplatta. Hon vill att fågelbaden ska ha en tillräckligt stor bottenyta och att kanterna inte ska vara för höga. Hon ställer därför upp följande villkor:

- Djupet, från överkanten till bottenplattan, ska vara 8 cm.
- Bottenplattan ska ha en tjocklek på 4 cm.

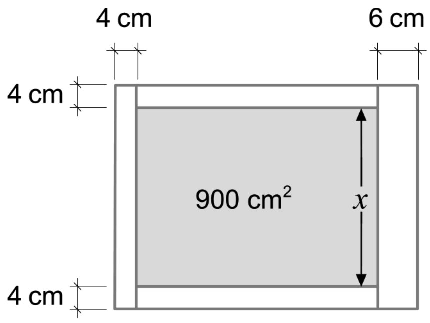
Se figur 1.

- En av sidorna ska ha en tjocklek på 6 cm.
- Tre av sidorna ska ha en tjocklek på 4 cm.
- Bottenytan, det vill säga ytan inuti fågelbaden, ska ha arean 900 cm^2.

Se figur 2.



Figur 1.
Ett fågelbad sett snett från sidan.



Figur 2.
Ett fågelbad sett rakt uppifrån.

Amira vill använda så lite betong som möjligt och tänker därför räkna ut hur mycket betong som behövs till varje fågelbad. Hon antar att bottenytan har en sida som är x cm lång. Se figurerna ovan.

Ställ upp en funktion som anger volymen betong som funktion av x.
Utgå sedan från din funktion och bestäm den minsta volym betong som Amira behöver till varje fågelbad. (0/0/4)