2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar $\left(F(x) = \frac{x^3}{3} + 8x + C \right)$	+1 E_P
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (2 m/s)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (B: diskret funktion)	+1 E_B
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (B: $y + 0,5x \leq 1$)	+1 E_B
5.		**Max 1/2/0**
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 25x^4 + 2x$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar $\left(f'(x) = \frac{4e^{4x}}{3} \right)$	+1 C_P
c)	Korrekt svar ($f'(x) = x^{-1,5}$)	+1 C_P

6. **Max 0/2/0**

Korrekt svar ($A = -5$) +1 C_B

Korrekt svar ($B = 50$) +1 C_B

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (E) +1 C_B

8. **Max 0/2/1**

a) Korrekt svar $\left(\dfrac{1}{x-5}\right)$ +1 C_P

b) Korrekt svar ($-17x^4$) +1 C_P

c) Korrekt svar ($(A+5)^9 - 1$) +1 A_P

9. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (4) +1 C_B

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (1,5) +1 A_B

11. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($x = 4,5$) +1 A_B

Instruktioner för bedömning av delprov C

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14) +1 E_P

13. **Max 3/3/0**

a) Godtagbar ansats, tecknar en ändringskvot, t.ex. $\frac{6-22}{4}$ +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-4\,°C/h$) +1 E_B

b) Godtagbar ansats, beräknar riktningskoefficienten korrekt och påbörjar en tolkning där det framgår att det handlar om en temperaturförändring vid en viss tidpunkt +1 C_B

med i övrigt godtagbar tolkning, inklusive korrekt enhet och tidpunkt, där det även framgår att temperaturen minskar +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

c)

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att temperaturen inte kan bli $3\,°C$. Resonemanget inkluderar ett *påstående* om att ekvationen $3 = 17e^{-0,7x} + 5$ inte går att lösa *eller* den lägsta temperaturen är $5\,°C$. 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till slutsatsen att temperaturen inte kan bli $3\,°C$. Resonemanget inkluderar en *motivering* till varför ekvationen $3 = 17e^{-0,7x} + 5$ inte går att lösa *eller* den lägsta temperaturen är $5\,°C$. 1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

14. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställen, $x_1 = 1,\ x_2 = 3$	+1 E_P
med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater, $(1,\ 4)$ och $(3,\ 0)$	+1 E_P
Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär (maximipunkt $(1,\ 4)$ och minimipunkt $(3,\ 0)$)	+1 E_P
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5	+1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

15. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats till enkelt resonemang, t.ex. påbörjar algebraisk lösning av ekvationen $(2x-1)(x^2+4)=0$ och finner den reella lösningen $x = 0,5$	+1 E_R
med godtagbart slutfört resonemang, drar slutsatsen att påståendet inte stämmer eftersom ekvationen $x^2+4=0$ inte ger reella lösningar	+1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

16. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer korrekt primitiv funktion, $F(x) = \dfrac{kx^2}{2} + mx$	+ 1 C_P
Godtagbar välgrundad slutsats om värdet på m	+ 1 C_R
Godtagbar välgrundad och nyanserad slutsats om värdet på k	+ 1 A_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

17. **Max 0/1/2**

a)	Godtagbar lösning med korrekt svar (3000)	+1 C_M
b)	Godtagbar lösning med korrekt svar (5000)	+1 A_M
	med insikt om att ett gränsvärde söks och med formellt korrekt bestämning av detta gränsvärde	+1 A_B

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 13b

Elevlösningsexempel 13b.1 (0 poäng)

$k = \frac{6-0}{3-5} = -3$ vilket betyder att under andra timmen minskar temperaturen med 3°C i timmen

Bedömningskommentar till exemplet: Tolkningen motsvarar en ändringskvot och inte en derivata. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 13b.2 (1 C_B)

riktningskoeff $k = \frac{-15}{5} = -3°C$ Då det gått 2 timmar minskar temperaturen med 3°C

Bedömningskommentar till exemplet: Det framgår att det rör sig om en temperaturförändring vid en viss tidpunkt vilket ger en begreppspoäng på C-nivå. Däremot är inte tolkningen korrekt eftersom temperaturändringen anges med fel enhet.

Elevlösningsexempel 13b.3 (1 C_B och 1 C_M)

tangentens $k = \frac{12-3}{1-4} = \frac{-9}{3} = -3$

När två timmar gått så minskar temperaturen med −3°C per timme!

Bedömningskommentar till exemplet: Det framgår att det rör sig om en temperaturförändring vid en viss tidpunkt vilket ger en begreppspoäng på C-nivå. Tolkningen är dock inte helt korrekt eftersom ordet ”minskar” används samtidigt med det negativa uttrycket ”$-3\ °C$ per timme”. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för en begreppspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt kraven för en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13b.4 (1 C_B och 1 C_M)

(1,12) och (4,3) Då klockan är 14 ändras

$k = \frac{3-12}{4-1} = \frac{-9}{3} = -3$ den med $-3°/h$

Bedömningskommentar till exemplet: Det framgår att det rör sig om en minskning eftersom ändringen anges som negativ, ”$-3°/h$”. Enheten är inte angiven i Celsius och det framgår inte tydligt att det rör sig om en temperaturförändring eftersom ordet ”den” används istället för temperaturen. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för en begreppspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt kraven för en modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 13c

Elevlösningsexempel 13c.1 (0 poäng)

$17e^{-0,7x}+5=3$

$17e^{-0,7x}=-2$

$e^{-0,7x}=-2/17$

$-0,7x = \ln -2/17$

$x = \ln -2/17 / -0,7$

Ja, när x är detta är temperaturen 3°

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en felaktig slutsats och ges därmed noll poäng.

Elevlösningsexempel 13c.2 (1 E_R)

$T(x) = 17e^{-0,7x}+5$

Nej, tempen kan inte bli 3 grader för den lägsta är 5°. Det syns i formeln.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en godtagbar slutsats och baseras på påståendet att det ”syns i formeln” att ”den lägsta är $5\,°C$”. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 13c.3 (1 E_R och 1 C_R)

$3 = 17e^{-0,7x} + 5$

$-2 = 17e^{-0,7x}$ Svaret är nej!

↑ ↑

negativ alltid positiv

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en godtagbar slutsats och baseras på en välgrundad motivering. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen.

Elevlösningsexempel 13c.4 (1 E_R och 1 C_R)

$T(x) = 17e^{-0,7x} + 5$

När x-et går mot stora tal kommer T

att bli 5° så T kan inte va 3°

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en godtagbar slutsats och baseras på en välgrundad motivering (även om den inte är helt formellt korrekt). Elevlösningen ges båda resonemangspoängen.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (2 E_P och 1 C_K)

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$0 = 3x^2 - 12x + 9$

$0 = x^2 - 4x + 3$

$x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{2^2 - 3} = 2 \pm 1$

$x_1 = 3$ och $x_2 = 1$

$f''(x) = 6x - 12$

$f''(3) = 6 \cdot 3 - 12 = 18 - 12 = 6 \Rightarrow$ Maximipunkt

$f''(1) = 6 \cdot 1 - 12 = 6 - 12 = -6 \Rightarrow$ Minimipunkt

$f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 = 0$ och $f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 = 4$

Koordinaterna är $(3,0)$ och $(1,4)$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt när det gäller derivatans nollställen och extrempunkternas koordinater. Eftersom slutsatserna av verifieringen är felaktiga uppfylls inte kraven för den tredje procedurpoängen på E-nivå. När det gäller kommunikation bedöms uppgiften vara behandlad i sin helhet och i huvudsak korrekt. Kraven för kommunikation på C-nivå anses vara uppfyllda trots att ett sammanfattat svar saknas. Sammantaget ges elevlösningen de två första procedurpoängen på E-nivå samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.2 (3 E_P och 1 C_K)

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{2^2 - 3}$

$x_1 = 2 + 1 = 3$

$x_2 = 2 - 1 = 1$

x	0	1	2	3	4
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	MAX	↘	MIN	↗

$f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 = 0$

$f(1) \quad 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 = 4$

SVAR: (1,4) är en maxpkt & (3,0) är en minpkt

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att det felaktiga skrivsättet ” $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0$ ” används, att rottecknet inte omfattar hela uttrycket och att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (0 poäng)

Nej, hon har inte rätt eftersom $(2x-1)(x^2+4) = 0$ bara har en lösning som är reell

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt slutsats utan motivering. Det framgår inte att den reella lösningen är $x = 0,5$ därmed anses inte kraven för en godtagbar ansats vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 15.2 (1 E_R)

$(2x-1)(x^2+4) = 0$

$2x - 1 = 0 \quad \| \quad x^2 + 4 = 0$

$x = 0,5 \quad \| \quad x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

Maja har rätt !!!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där den reella lösningen $x = 0,5$ är funnen. Lösningen av ekvationen $x^2 + 4 = 0$ är felaktig. Elevlösningen uppfyller kraven för den första resonemangspoängen.

Elevlösningsexempel 15.3 (2 E_R)

$(2x-1)(x^2+4)$

$x=0,5 \qquad (2\cdot 0,5-1)(0,25+4)=0$

Det hade funnits fler lösningar om ekvationen var $(2x-1)(x^2-4)$ men det var den inte

Svar: Nej, det finns bara en reell lösning, $x=0.5$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar insikt om vad som ska gälla för att ekvationen ska ha tre reella lösningar. Trots att det saknas en tydlig förklaring till varför $x^2+4=0$ inte ger reella lösningar anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 C_P och 1 C_R)

$f(x)=kx+m$

$$\int_{-2}^{2}(kx+m)\,dx=\left[\frac{kx^2}{2}+mx\right]_{-2}^{2}=\frac{k\cdot 2^2}{2}+m\cdot 2-\left(\frac{k\cdot(-2)^2}{2}-2m\right)=$$

$$=2k+2m-2k+2m=4m=4 \quad , \quad m=1$$

$k=2$ $\quad \int_{-2}^{2}(2x+1)\,dx=\left[\frac{2x^2}{2}+x\right]_{-2}^{2}=4+2-(4-2)=4$

$k=-5$ $\quad \int_{-2}^{2}(-5x+1)\,dx=\left[-5\frac{x^2}{2}+x\right]_{-2}^{2}=-5\cdot 2+2-(-5\cdot 2-2)=4$

$k=0$ $\quad \int_{-2}^{2}1\,dx=\left[x\right]_{-2}^{2}=2-(-2=4$

Alltså $m=1$ och k kan vara allt möjligt!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen ger en välgrundad motivering till varför $m=1$ men ingen välgrundad motivering till varför k kan anta alla värden, eftersom endast specialfall undersöks. Elevlösningen ges en procedur- och en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.2 (1 C_P och 1 C_R)

$f(x) = kx + m$

$$\int_{-2}^{2}(kx+m)\,dx = \left[\frac{kx^2}{2} + mx\right]_{-2}^{2} = 2k + 2m - (2k - 2m) = 4m = 4$$

SVAR: $m = 1$ och k kan vara vad som helst!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen ger en välgrundad motivering till varför $m = 1$ men ingen motivering till varför *k* kan anta alla värden. Elevlösningen ges en procedur- och en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (1 C_P, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = kx + m$

$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = \int_{-2}^{2}(kx+m)\,dx = \left[0{,}5kx^2 + mx\right]_{-2}^{2} =$$

$$= F(2) - F(-2) = (0{,}5k \cdot 4 + 2m) - (0{,}5k \cdot 4 - 2m) =$$

$$= 2k + 2m - 2k + 2m = 2m + 2m = 4m$$

$4m = 4$

$m = 1$

Eftersom k kan förenklas bort i integralen, kan k anta alla värden och m måste vara 1.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekta välgrundade slutsatser om *k* och *m*.

Uppgift 17b

Elevlösningsexempel 17b.1 (1 A_M)

$$N(t) = \frac{15000}{3+2e^{-0,5t}}$$

Om t blir stort kommer $2e^{-0,5t}$ att bli noll. Då blir fiskantalet $\frac{15000}{3+0} = \boxed{5000}$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar att den övre gränsen är 5000 fiskar, vilket uppfyller kraven för modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen är dock inte formellt korrekt vid gränsvärdesbestämningen, eftersom det inte framgår att $e^{-0,5t}$ *går mot* noll då *t går mot* oändligheten. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för begreppspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 17b.2 (1 A_M och 1 A_B)

$$N(t) = \frac{15000}{3+2e^{-0,5t}}$$

Då $t \to \infty$ kommer nämnaren att $\to 3$

$\frac{15000}{3} = 5000$ SVAR 5000 fiskar

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår att ett gränsvärde söks och bestämningen av detta är formellt korrekt även om lösningen är kortfattad. Elevlösningen ges både modelleringspoängen samt nätt och jämnt begreppspoängen på A-nivå.