Delprov B	Uppgift 1–11. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 12–17. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 67 poäng varav 24 E-, 24 C- och 19 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 34 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ____

Gymnasieprogram/Komvux: __________________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

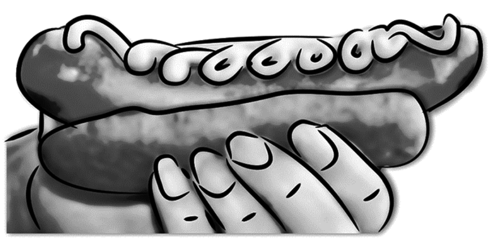
1. Bestäm *alla* primitiva funktioner till $f(x) = x^2 + 8$

$F(x) =$ ______________________ (1/0/0)

2. Ayse kastar en boll rakt upp i luften. Bollens höjd ges av sambandet
$s(t) = 1,5 + 12t - 5t^2$
där $s(t)$ är höjden över marken i meter och t är tiden i sekunder efter uppkastet.

Bestäm bollens hastighet vid tiden $t = 1$ sekund. __________________ m/s (1/0/0)

3. Mattias säljer varmkorv på en fotbollsmatch. Korvarna kostar 20 kronor per styck. Mattias intäkt i kronor är en funktion av antalet sålda korvar.



Vilket av alternativen A–E är korrekt?

Funktionen är en …

A. andragradsfunktion.

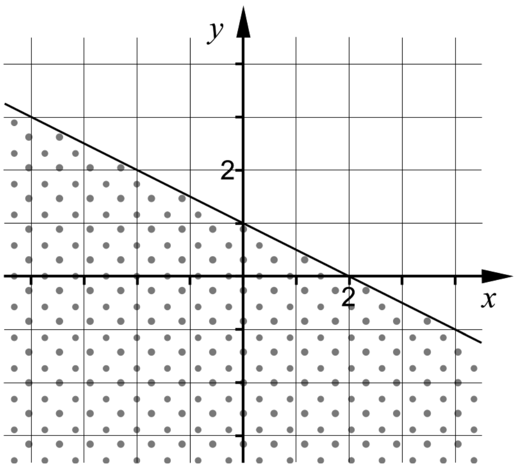
B. diskret funktion.

C. exponentialfunktion.

D. konstant funktion.

E. kontinuerlig funktion. ______________________ (1/0/0)

4. Ett av alternativen A–F motsvarar det prickiga området.
Vilket? _______________________ (1/0/0)



A. $y+0,5x\geq 1$ D. $y-0,5x\geq 1$

B. $y+0,5x\leq 1$ E. $y-0,5x\leq 1$

C. $y+0,5x=1$ F. $y-0,5x=1$

5. Bestäm $f'(x)$.

a) $f(x)=5x^5+x^2-2$ $f'(x)=$ _______________________ (1/0/0)

b) $f(x)=\dfrac{e^{4x}-e}{3}$ $f'(x)=$ _______________________ (0/1/0)

c) $f(x)=-\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ $f'(x)=$ _______________________ (0/1/0)

6. I uttrycket $\dfrac{x-A}{2B-x^2}$ är A och B konstanter.

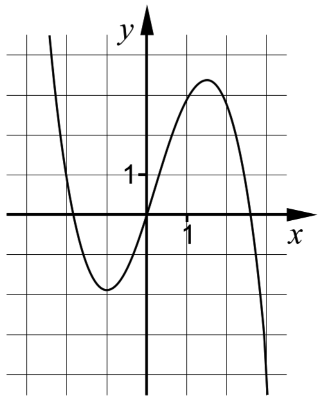
Bestäm A och B så att följande två villkor gäller:

- Uttrycket har värdet 0 då $x=-5$
- Uttrycket är inte definierat för $x=10$ och $x=-10$

$A=$ _______________________ (0/1/0)

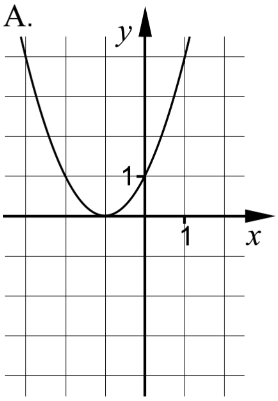
$B=$ _______________________ (0/1/0)

7. Figuren visar grafen till funktionen f.

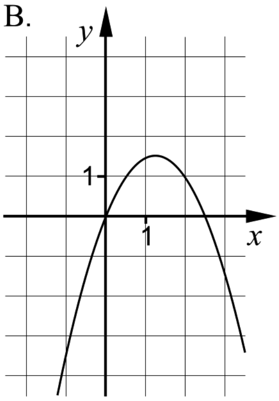


Ett av alternativen A–F visar grafen till funktionens derivata f'. Vilket? _____________________ (0/1/0)

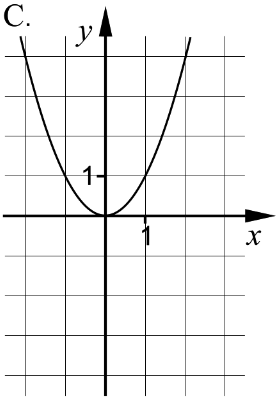
A.



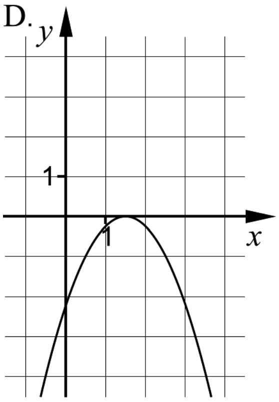
B.



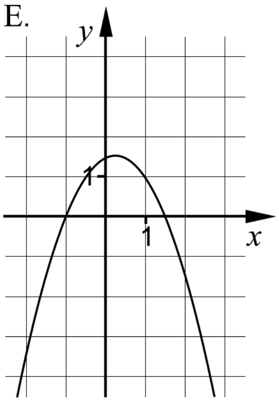
C.



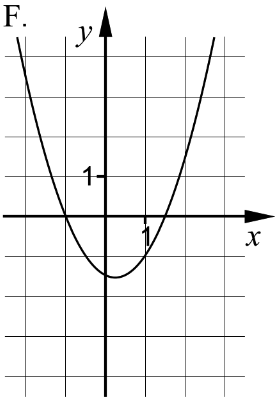
D.



E.



F.



8. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

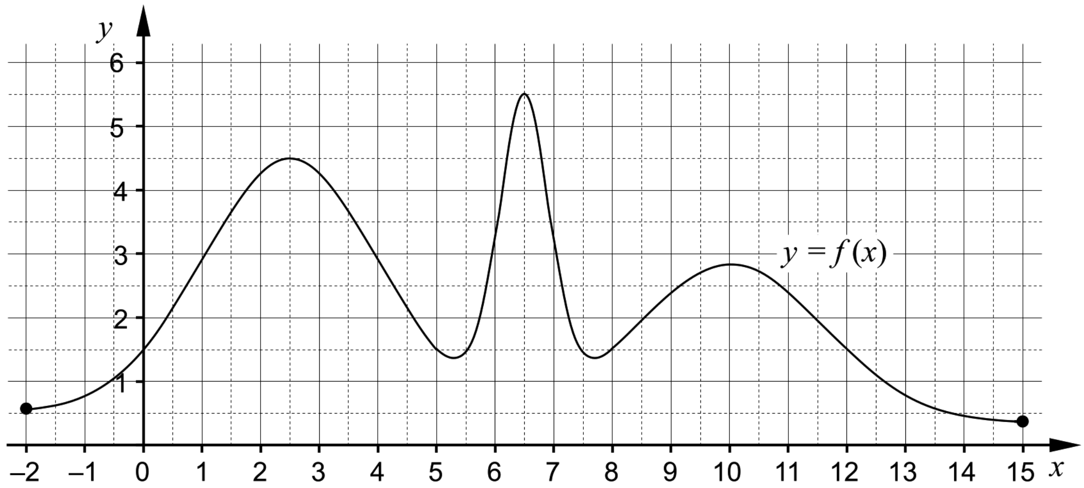
a) $\dfrac{2x-10}{2x^2-20x+50}$ ______________________ (0/1/0)

b) $-x^4-(-2x)^4$ ______________________ (0/1/0)

c) $\dfrac{-A+(A+5)^{10}-5}{A+5}$ ______________________ (0/0/1)

9. De fyra första talen i en geometrisk talföljd är
$1,\ a_2,\ a_3,\ 64$
Bestäm a_2 ______________________ (0/1/0)

10. Figuren visar grafen till funktionen *f* i intervallet $-2 \le x \le 15$



För vilket värde på *p* antar $\int_p^{p+2} f(x)\,\mathrm{d}x$ sitt största värde?

______________________ (0/0/1)

11. Funktionen *g* är en tredjegradsfunktion. Tabellen visar derivatans tecken för några olika värden på *x*.

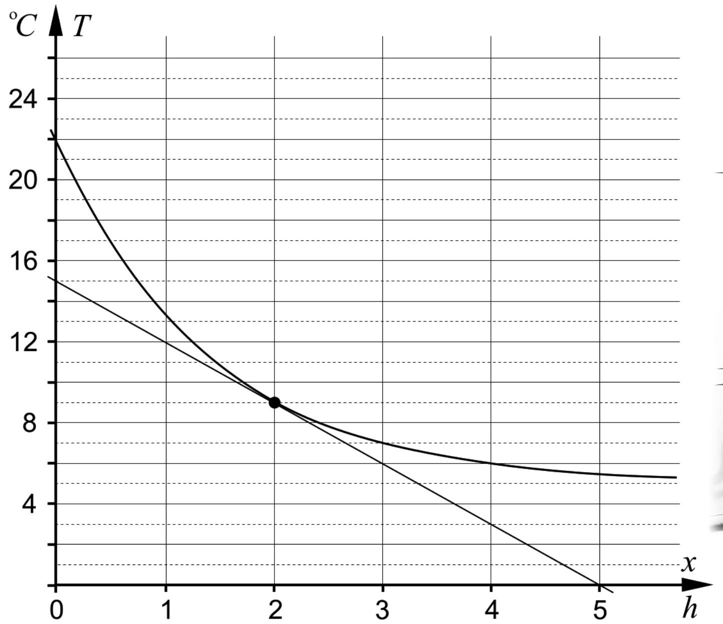
x	0	3	5	6	10
$g'(x)$	–	0	+	0	–

För vilket värde på *x* gäller att $g''(x)=0$? ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Beräkna $\int_1^2 6x^2\mathrm{d}x$ algebraiskt. (2/0/0)

13. En flaska med vatten ställs in i ett kylskåp kl. 12.00. Vattnets temperatur beskrivs av exponentialfunktionen $T(x) = 17\mathrm{e}^{-0,7x} + 5$
där $T(x)$ är vattentemperaturen i $°C$ och x är tiden i timmar efter kl. 12.00.
I figuren visas grafen till funktionen T och tangenten i den punkt där $x = 2$



a) Avläs i figuren och beräkna vattnets genomsnittliga temperaturändring per timme under de första 4 timmarna. (2/0/0)

b) Använd figuren och beräkna tangentens riktningskoefficient. Tolka denna riktningskoefficients betydelse i detta sammanhang. (0/2/0)

c) Kan vattnets temperatur bli $3\,°C$?

Utgå från exponentialfunktionen $T(x) = 17\mathrm{e}^{-0,7x} + 5$ och motivera ditt svar. (1/1/0)

14. För funktionen *f* gäller att $f(x)=x^3-6x^2+9x$
Använd derivata för att bestämma koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/1/0)

15. Maja undersöker tredjegradsekvationen $(2x-1)(x^2+4)=0$ och påstår:

”Ekvationen har tre reella lösningar.”

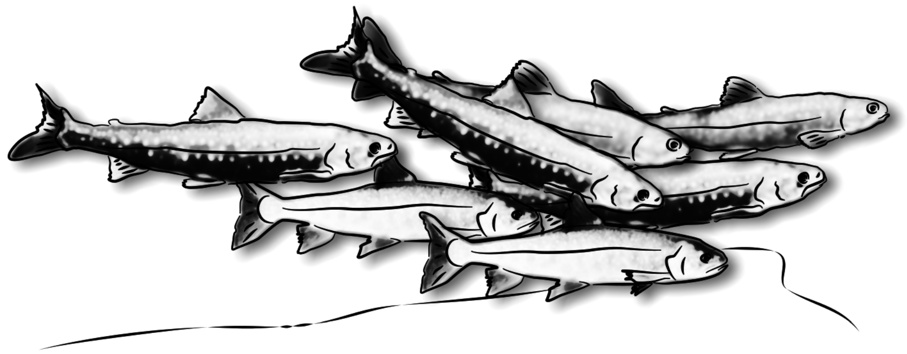
Undersök om hon har rätt. (2/0/0)

16. För en funktion *f* gäller att $f(x)=kx+m$

Undersök vad som ska gälla för *k* och *m* om $\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=4$

Motivera dina slutsatser. (0/2/1)

17. I en sjö planterar man in fiskar av en art som inte funnits där tidigare. Fiskpopulationen kan beskrivas med sambandet
$N(t)=\dfrac{15\,000}{3+2\mathrm{e}^{-0,5\cdot t}}$ där *N* är antalet fiskar och *t* är tiden i år efter inplanteringen.



a) Bestäm hur många fiskar som planterades in i sjön från början. (0/1/0)

b) På grund av olika miljöfaktorer kan antalet fiskar inte bli hur stort som helst. Bestäm den övre gränsen för antalet fiskar med hjälp av sambandet. (0/0/2)