

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

- | | | |
|----|---|-------------------|
| 1. | | Max 1/0/0 |
| | Korrekt svar $\left(F(x) = \frac{x^3}{3} + 8x + C \right)$ | +1 E _P |
| 2. | | Max 1/0/0 |
| | Korrekt svar (2 m/s) | +1 E _B |
| 3. | | Max 1/0/0 |
| | Korrekt svar (B: diskret funktion) | +1 E _B |
| 4. | | Max 1/0/0 |
| | Korrekt svar (C: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$) | +1 E _B |
| 5. | | Max 1/2/0 |
| a) | Korrekt svar ($f'(x) = 25x^4 + 2x$) | +1 E _P |
| b) | Korrekt svar $\left(f'(x) = \frac{4e^{4x}}{3} \right)$ | +1 C _P |
| c) | Korrekt svar ($f'(x) = x^{-1,5}$) | +1 C _P |

- 6.** **Max 0/2/0**
Korrekt svar ($A = -5$) +1 C_B
Korrekt svar ($B = 50$) +1 C_B
- 7.** **Max 0/1/0**
Korrekt svar (E) +1 C_B
- 8.** **Max 0/2/1**
a) Korrekt svar $\left(\frac{1}{x-5}\right)$ +1 C_P
b) Korrekt svar $(-17x^4)$ +1 C_P
c) Korrekt svar $((A+5)^9 - 1)$ +1 A_P
- 9.** **Max 0/1/0**
Korrekt svar $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ +1 C_B
- 10.** **Max 0/0/1**
Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (1,5) +1 A_B
- 11.** **Max 0/0/1**
Korrekt svar ($x = 4,5$) +1 A_B

Instruktioner för bedömning av delprov C

12. Max 2/0/0

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14) +1 E_P

13. Max 3/3/0

a) Godtagbar ansats, tecknar en ändringskvot, t.ex. $\frac{6-22}{4}$ +1 E_B
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-4^{\circ}\text{C}/\text{h}$) +1 E_B

b) Godtagbar ansats, beräknar riktningskoefficienten korrekt och påbörjar en tolkning där det framgår att det handlar om en temperaturförändring vid en viss tidpunkt +1 C_B
 med i övrigt godtagbar tolkning, inklusive korrekt enhet och tidpunkt, där det även framgår att temperaturen minskar +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar







c)

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att temperaturen inte kan bli 3°C . Resonemanget inkluderar ett <i>påstående</i> om att ekvationen $3 = 17e^{-0,7x} + 5$ inte går att lösa eller den lägsta temperaturen är 5°C . <div style="text-align: right;">1 E_R</div>	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till slutsatsen att temperaturen inte kan bli 3°C . Resonemanget inkluderar en <i>motivering</i> till varför ekvationen $3 = 17e^{-0,7x} + 5$ inte går att lösa eller den lägsta temperaturen är 5°C . <div style="text-align: right;">1 E_R och 1 C_R</div>	

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 14.** **Max 3/1/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställen, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ +1 E_P
- med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater, (1, 4) och (3, 0) +1 E_P
- Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär
(maximipunkt (1, 4) och minimipunkt (3, 0)) +1 E_P
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 15.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer uttryckets värde korrekt för två positiva och två negativa värden på x +1 E_B
- Godtagbar relevant hypotes som baseras på genomförda beräkningar, t.ex. ”Det blir noll.” +1 E_R
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 16.** **Max 0/2/1**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer korrekt primitiv funktion,
$$F(x) = \frac{kx^2}{2} + mx$$
 + 1 C_P
- Godtagbar välgrundad slutsats om värdet på m + 1 C_R
- Godtagbar välgrundad och nyanserad slutsats om värdet på k + 1 A_R
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 17.** **Max 0/1/2**
- a) Godtagbar lösning med korrekt svar (3000) +1 C_M
- b) Godtagbar lösning med korrekt svar (5000) +1 A_M
- med insikt om att ett gränsvärde söks och med formellt korrekt bestämning av detta gränsvärde +1 A_B
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 13b

Elevlösningsexempel 13b.1 (0 poäng)

$$k = \frac{6-0}{3-5} = -3 \quad \text{vilket betyder att under andra timmen minskar temperaturen med } 3^{\circ}\text{C i timmen}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Tolkningsen motsvarar en ändringskvot och inte en derivata. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 13b.2 (1 C_B)

$$\text{riktningkoeff } k = \frac{-15}{5} = -3^{\circ}\text{C} \quad \text{Då det gått 2 timmar minskar temperaturen med } 3^{\circ}\text{C}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Det framgår att det rör sig om en temperaturförändring vid en viss tidpunkt vilket ger en begreppsöäng på C-nivå. Däremot är inte tolkningen korrekt eftersom temperaturändringen anges med fel enhet.

Elevlösningsexempel 13b.3 (1 C_B och 1 C_M)

$$\text{tangentens } k = \frac{12-3}{1-4} = -\frac{9}{3} = -3$$

När trä timmar gått så minskar temperaturen med -3°C per timme!

Bedömningskommentar till exemplet: Det framgår att det rör sig om en temperaturförändring vid en viss tidpunkt vilket ger en begreppsöäng på C-nivå. Tolkningsen är dock inte helt korrekt eftersom ordet "minskar" används samtidigt med det negativa uttrycket " -3°C per timme". Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för en begreppsöäng på C-nivå samt nått och jämnt kraven för en modelleringsöäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13b.4 (1 C_B och 1 C_M)

$$(1, 12) \text{ och } (4, 3) \quad \text{då klockan är 14 ändras}$$

$$k = \frac{3-12}{4-1} = \frac{-9}{3} = -3 \quad \text{den med } -3^\circ/\text{h}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Det framgår att det rör sig om en minskning eftersom ändringen anges som negativ, ” $-3^\circ/\text{h}$ ”. Enheten är inte angiven i Celsius och det framgår inte tydligt att det rör sig om en temperaturförändring eftersom ordet ”den” används istället för temperaturen. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för en begreppsöäng på C-nivå samt nått och jämnt kraven för en modelleringsöäng på C-nivå.

Uppgift 13c

Elevlösningsexempel 13c.1 (0 poäng)

$$17e^{-0.7x} + 5 = 3$$

$$17e^{-0.7x} = -2$$

$$e^{-0.7x} = -2/17$$

$$-0.7x = \ln(-2/17)$$

$$x = \ln(-2/17)/-0.7$$

Ja, här x är detta är temperaturen 3°

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en felaktig slutsats och ges därmed noll poäng.

Elevlösningsexempel 13c.2 (1 E_R)

$$T(x) = 17e^{-0.7x} + 5$$

Nej, tempen kan inte bli 3 grader för den lägsta är 5° . Det syns i formeln.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en godtagbar slutsats och baseras på påståendet att det ”syns i formeln” att ”den lägsta är 5°C ”. Elevlösningen ges en resonansöäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 13c.3 (1 E_R och 1 C_R)

$$3 = 17e^{-0,7x} + 5$$

$$-2 = 17e^{-0,7x}$$

↑ ↑ svaret är nej!
 negativ alltid positiv

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en godtagbar slutsats och baseras på en välgrundad motivering. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen.

Elevlösningsexempel 13c.4 (1 E_R och 1 C_R)

$$T(x) = 17e^{-0,7x} + 5$$

När x -et går mot stora tal kommer T
 att bli 5° så T kan inte vara 3°

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen leder till en godtagbar slutsats och baseras på en välgrundad motivering (även om den inte är helt formellt korrekt). Elevlösningen ges båda resonemangspoängen.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (2 E_P och 1 C_K)

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$0 = 3x^2 - 12x + 9$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{2^2 - 3}}{2} = 2 \pm 1$$

$$x_1 = 3 \quad \text{och} \quad x_2 = 1$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

$$f''(3) = 6 \cdot 3 - 12 = 18 - 12 = 6 \Rightarrow \text{Maximipunkt}$$

$$f''(1) = 6 \cdot 1 - 12 = 6 - 12 = -6 \Rightarrow \text{Minimipunkt}$$

$$f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 = 0 \quad \text{och} \quad f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 = 4$$

Koordinaterna är (3, 0) och (1, 4)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt när det gäller derivatans nollställen och extrempunkternas koordinater. Eftersom slutsatserna av verifieringen är felaktiga uppfylls inte kraven för den tredje procedurpoängen på E-nivå. När det gäller kommunikation bedöms uppgiften vara behandlad i sin helhet och i huvudsak korrekt. Kraven för kommunikation på C-nivå anses vara uppfyllda trots att ett sammanfattat svar saknas. Sammantaget ges elevlösningen de två första procedurpoängen på E-nivå samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.2 (3 E_P och 1 C_K)

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0$ $x^2 - 4x + 3 = 0$ $x = 2 \pm \sqrt{2^2 - 3}$ $x_1 = 2 + 1 = 3$ $x_2 = 2 - 1 = 1$	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'(x)</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f(x)</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">MAX</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">MIN</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> </tr> </table> $f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 = 0$ $f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 = 4$	x	0	1	2	3	4	f'(x)	+	0	-	0	+	f(x)	↗	MAX	↘	MIN	↗
x	0	1	2	3	4														
f'(x)	+	0	-	0	+														
f(x)	↗	MAX	↘	MIN	↗														

SVAR: (1, 4) är en maxpunkt $\hat{=}$ (3, 0) är en minpunkt

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att det felaktiga skrivsättet ” $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0$ ” används, att rottecknet inte omfattar hela uttrycket och att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

 Elevlösningsexempel 15.1 (1 E_R)

$\sqrt{4x^2} - 2x $ $x = 5 \quad \sqrt{4 \cdot 5^2} - 2 \cdot 5 = 10 - 10 = 0$ $x = -5 \quad \sqrt{4 \cdot (-5)^2} - 2 \cdot (-5) = 10 + 10 = 20$ $x = 1 \quad \sqrt{4 \cdot 1^2} - 2 \cdot 1 = 2 - 2 = 0$ $x = -1 \quad \sqrt{4 \cdot (-1)^2} - 2 \cdot (-1) = 2 + 2 = 4$	<p style="margin-top: 0;">Alltså, om x är positivt blir det +0.</p> <p style="margin-top: 0;">Om x är negativt blir det 4 gånger så stort fast positivt</p>
---	---

Bedömningskommentar till exemplet: Utifrån felaktiga beräkningar med negativa tal formuleras en godtagbar hypotes. Elevlösningen ges nätt och jämnt resonemangspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 15.2 (1 E_B och 1 E_R)

x -värden	1, 2, -1, -2	
$\sqrt{4 \cdot 1^2} - 2 \cdot 1 =$	$2 - 2 = 0$	Hypotes: $\sqrt{4x^2} - 2x = 2x - 2x = 0$
$\sqrt{4 \cdot 2^2} - 2 \cdot 2 =$	$4 - 4 = 0$	Differensen blir alltid
$\sqrt{4 \cdot (-2)^2} - 2 \cdot (-2) =$	$4 - 4 = 0$	hell eftersom $\sqrt{4x^2} = 2x $
$\sqrt{4 \cdot (-1)^2} - 2 \cdot (-1) =$	$2 - 2 = 0$	oavsett värde på x .

Bedömningskommentar till exemplet: Beräkningarna är korrekt utförda och en korrekt hypotes formuleras, men den generella härledningen är felaktig eftersom $|2x| = 2x$ och $\sqrt{4x^2} = 2x$ inte gäller för negativa värden på x . Trots detta anses kraven för resonemangspoängen vara uppfyllda eftersom en generell härledning inte efterfrågas. Sammantaget ges elevlösningen en begrepps- och en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 15.3 (1 E_B och 1 E_R)

	$\sqrt{4x^2} - 2x $	
$x=3$	$\sqrt{4 \cdot 3^2} - 2 \cdot 3 = 6 - 6 = 0$	} <u>Det blir noll!</u>
$x=-3$	$\sqrt{4 \cdot (-3)^2} - 2 \cdot (-3) = 6 - 6 = 0$	
$x=10$	$\sqrt{4 \cdot 10^2} - 2 \cdot 10 = 20 - 20 = 0$	
$x=-10$	$\sqrt{4 \cdot (-10)^2} - 2 \cdot (-10) = 20 - 20 = 0$	

Bedömningskommentar till exemplet: Parentes saknas kring de negativa talen under rottecknen men beräkningarna är utförda som om parenteser var utsatta. Hypotesen är korrekt. Elevlösningen ges nätt och jämnt en begrepps- och en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 C_P och 1 C_R)

$$f(x) = kx + m$$

$$\int_{-2}^2 (kx + m) dx = \left[\frac{kx^2}{2} + mx \right]_{-2}^2 = \frac{k \cdot 2^2}{2} + m \cdot 2 - \left(\frac{k \cdot (-2)^2}{2} - 2m \right) =$$

$$= 2k + 2m - 2k + 2m = 4m = 4, \quad m = 1$$

$$\textcircled{k=2} \quad \int_{-2}^2 (2x+1) dx = \left[\frac{2x^2}{2} + x \right]_{-2}^2 = 4+2 - (4-2) = 4$$

$$\textcircled{k=-5} \quad \int_{-2}^2 (-5x+1) dx = \left[\frac{-5x^2}{2} + x \right]_{-2}^2 = -5 \cdot 2 + 2 - (-5 \cdot 2 - 2) = 4$$

$$\textcircled{k=0} \quad \int_{-2}^2 1 dx = \left[x \right]_{-2}^2 = 2 - (-2) = 4$$

Alla $m=1$ och k kan vara allt möjligt!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen ger en välgrundad motivering till varför $m=1$ men ingen välgrundad motivering till varför k kan anta alla värden, eftersom endast specialfall undersöks. Elevlösningen ges en procedur- och en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.2 (1 C_P och 1 C_R)

$$f(x) = kx + m$$

$$\int_{-2}^2 (kx + m) dx = \left[\frac{kx^2}{2} + mx \right]_{-2}^2 = 2k + 2m - (2k - 2m) = 4m = 4$$

SVAR: $m=1$ och k kan vara vad som helst!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen ger en välgrundad motivering till varför $m=1$ men ingen motivering till varför k kan anta alla värden. Elevlösningen ges en procedur- och en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (1 C_P, 1 C_R och 1 A_R)

$$f(x) = kx + m$$

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^2 (kx + m) dx = \left[0.5kx^2 + mx \right]_{-2}^2 =$$

$$= F(2) - F(-2) = (0.5k \cdot 4 + 2m) - (0.5k \cdot 4 - 2m) =$$

$$= 2k + 2m - 2k + 2m = 2m + 2m = 4m$$

$4m = 4$ Eftersom k kan förnkles bort
 $m = 1$ i integralen, kan k anta alla
 värden och m måste vara 1.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekta välgrundade slutsatser om k och m .

Uppgift 17b

Elevlösningsexempel 17b.1 (1 A_M)

$$N(t) = \frac{15000}{3 + 2e^{-0.5t}}$$

Om t blir stort kommer $2e^{-0.5t}$ att bli noll. Då blir fiskantalet $\frac{15000}{3 + 0} = \boxed{5000}$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar att den övre gränsen är 5000 fiskar, vilket uppfyller kraven för modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen är dock inte formellt korrekt vid gränsvärdesbestämningen, eftersom det inte framgår att $e^{-0.5t}$ går mot noll då t går mot oändligheten. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för begreppspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 17b.2 (1 A_M och 1 A_B)

$$N(t) = \frac{15000}{3 + 2e^{-0,5t}}$$

Då $t \rightarrow \infty$ kommer nämnaren att $\rightarrow 3$

$$\frac{15000}{3} = 5000 \quad \underline{\underline{\text{SVAR}} \quad 5000 \text{ fiskar}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår att ett gränsvärde söks och bestämningen av detta är formellt korrekt även om lösningen är kortfattad. Elevlösningen ges både modelleringspoängen samt nätt och jämnt begrepps-poängen på A-nivå.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (2 E_M)

$$a) V(t) = 33700 e^{-0,034t}$$

$$20000 = 33700 e^{-0,034t}$$

$$\frac{20000}{33700} = e^{-0,034t}$$

$$\ln\left(\frac{20000}{33700}\right) = -0,034t$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{20000}{33700}\right)}{-0,034}$$

$$t \approx 15$$

SVAR: 15 mån efter
inlöpet

$$b) \frac{33700}{2} = 33700 e^{-0,034t}$$

$$0,5 = e^{-0,034t}$$

$$\ln 0,5 = -0,034t$$

$$t = \frac{\ln 0,5}{-0,034}$$

$$t = 20$$

SVAR: 20 mån efter
inlöpet

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt löst a)-uppgift vilket ger två modelleringspoäng på E-nivå. I b)-uppgiften ges ingen kommentar om varför den tecknade ekvationen kan ge ett korrekt svar, vilket ger noll poäng. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på E-nivå.