

<b>Delprov B</b>	Uppgift 1–11. Endast svar krävs.
<b>Delprov C</b>	Uppgift 12–17. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 67 poäng varav 24 E-, 24 C- och 19 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 34 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritat figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Bestäm *alla* primitiva funktioner till  $f(x) = x^2 + 8$

$$F(x) = \underline{\hspace{10em}} \quad (1/0/0)$$

2. Ayse kastar en boll rakt upp i luften. Bollens höjd ges av sambandet  $s(t) = 1,5 + 12t - 5t^2$  där  $s(t)$  är höjden över marken i meter och  $t$  är tiden i sekunder efter uppkastet.



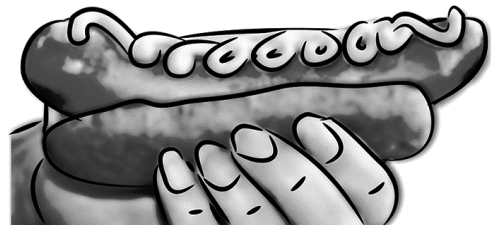
Bestäm bollens hastighet vid tiden  $t = 1$  sekund.  $\underline{\hspace{10em}}$  m/s (1/0/0)

3. Mattias säljer varmkorv på en fotbollsmatch. Korvarna kostar 20 kronor per styck. Mattias intäkt i kronor är en funktion av antalet sålda korvar.

Vilket av alternativen A–E är korrekt?

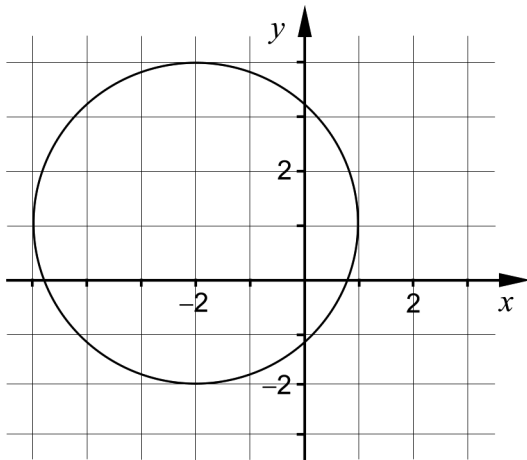
Funktionen är en ...

- A. andragsgradsfunktion.
- B. diskret funktion.
- C. exponentialfunktion.
- D. konstant funktion.
- E. kontinuerlig funktion.



$\underline{\hspace{10em}}$  (1/0/0)

4. Ett av alternativen A–H visar ekvationen för cirkeln i figuren. Vilket? \_\_\_\_\_ (1/0/0)



- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ | E. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$ |
| B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ | F. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 3$ |
| C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ | G. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 3$ |
| D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ | H. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$ |

5. Bestäm  $f'(x)$ .

a)  $f(x) = 5x^5 + x^2 - 2$   $f'(x) =$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $f(x) = \frac{e^{4x} - e}{3}$   $f'(x) =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $f(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}}$   $f'(x) =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. I uttrycket  $\frac{x-A}{2B-x^2}$  är  $A$  och  $B$  konstanter.

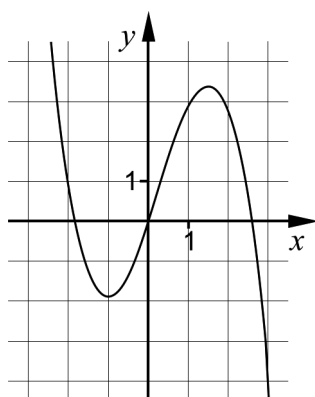
Bestäm  $A$  och  $B$  så att följande två villkor gäller:

- Uttrycket har värdet 0 då  $x = -5$
- Uttrycket är inte definierat för  $x = 10$  och  $x = -10$

$A =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

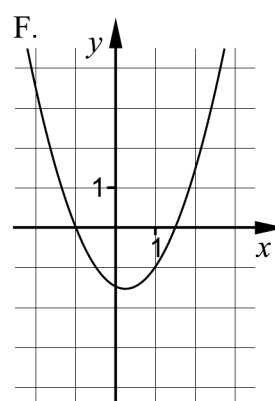
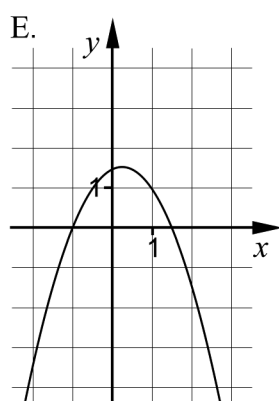
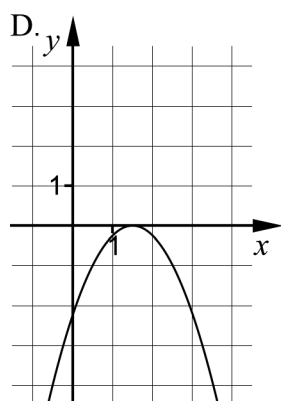
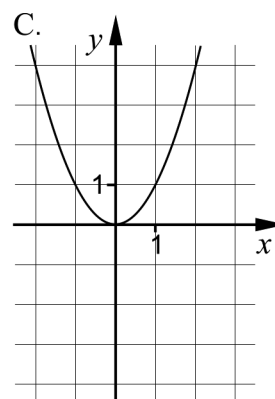
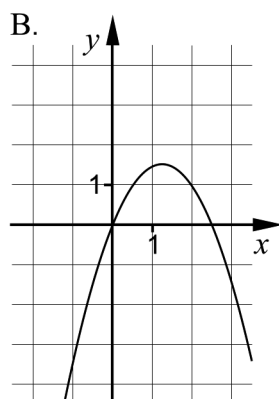
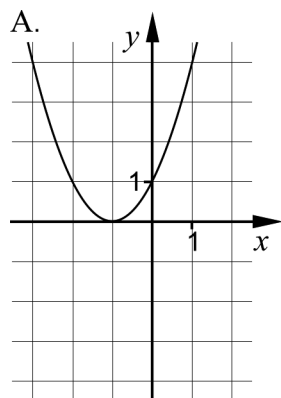
$B =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. Figuren visar grafen till funktionen  $f$ .



Ett av alternativen A–F visar grafen till funktionens derivata  $f'$ . Vilket?

\_\_\_\_\_ (0/1/0)



8. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

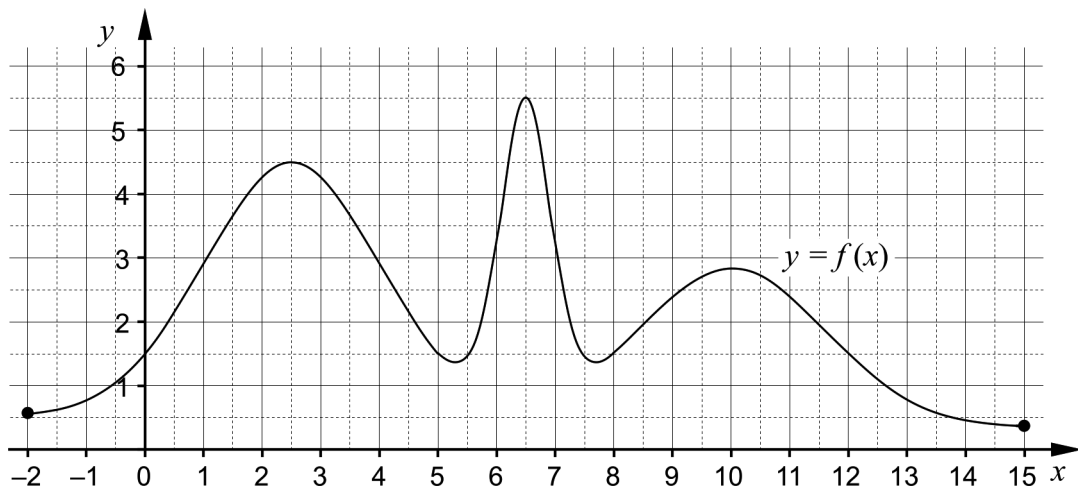
a)  $\frac{2x-10}{2x^2-20x+50}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b)  $-x^4 - (-2x)^4$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $\frac{-A+(A+5)^{10}-5}{A+5}$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

9. Bestäm det exakta värdet för  $\sin 300^\circ$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

10. Figuren visar grafen till funktionen  $f$  i intervallet  $-2 \leq x \leq 15$



För vilket värde på  $p$  antar  $\int_p^{p+2} f(x) dx$  sitt största värde?

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

11. Funktionen  $g$  är en tredjegradsfunktion. Tabellen visar derivatans tecken för några olika värden på  $x$ .

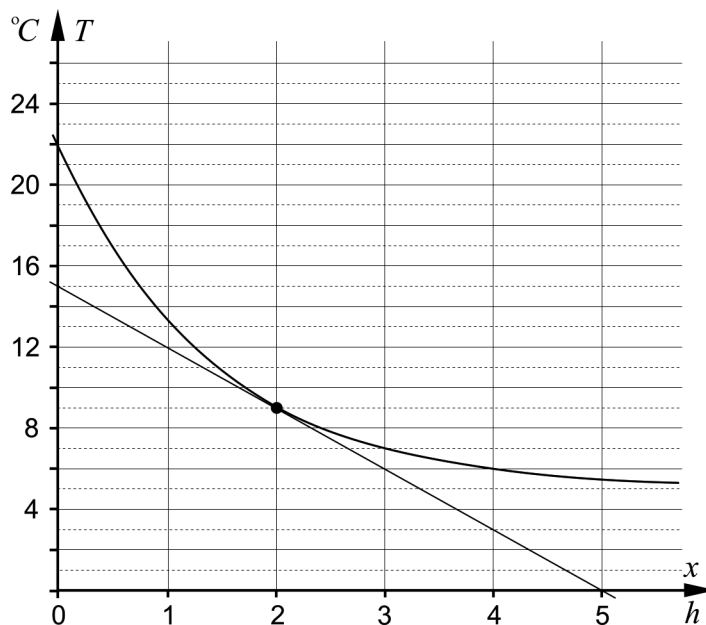
$x$	0	3	5	6	10
$g'(x)$	-	0	+	0	-

För vilket värde på  $x$  gäller att  $g''(x) = 0$ ? \_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Beräkna  $\int_1^2 6x^2 dx$  algebraiskt. (2/0/0)

13. En flaska med vatten ställs in i ett kylskåp kl. 12.00. Vattnets temperatur beskrivs av exponentialfunktionen  $T(x) = 17e^{-0,7x} + 5$  där  $T(x)$  är vattentemperaturen i  $^{\circ}C$  och  $x$  är tiden i timmar efter kl. 12.00. I figuren visas grafen till funktionen  $T$  och tangenten i den punkt där  $x = 2$



- a) Avläs i figuren och beräkna vattnets genomsnittliga temperaturändring per timme under de första 4 timmarna. (2/0/0)
- b) Använd figuren och beräkna tangentens riktningskoefficient. Tolka denna riktningskoefficients betydelse i detta sammanhang. (0/2/0)
- c) Kan vattnets temperatur bli  $3^{\circ}C$ ?  
Utgå från exponentialfunktionen  $T(x) = 17e^{-0,7x} + 5$  och motivera ditt svar. (1/1/0)

14. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$   
Använd derivata för att bestämma koordinaterna för eventuella maximi-,  
minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en  
maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/1/0)

15. Beräkna värdet av uttrycket  $\sqrt{4x^2} - |2x|$  för två positiva och två negativa  
värden på  $x$ . Formulera sedan en hypotes om uttrycket  $\sqrt{4x^2} - |2x|$  baserad  
på de värden på  $x$  som du valt. (2/0/0)

16. För en funktion  $f$  gäller att  $f(x) = kx + m$   
Undersök vad som ska gälla för  $k$  och  $m$  om  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 4$   
Motivera dina slutsatser. (0/2/1)

17. I en sjö planterar man in fiskar av en art som inte funnits där tidigare.  
Fiskpopulationen kan beskrivas med sambandet  
$$N(t) = \frac{15000}{3 + 2e^{-0,5t}}$$
 där  $N$  är antalet fiskar och  $t$  är tiden i år efter  
inplanteringen.



- a) Bestäm hur många fiskar som planterades in i sjön från början. (0/1/0)
- b) På grund av olika miljöfaktorer kan antalet fiskar inte bli hur stort  
som helst. Bestäm den övre gränsen för antalet fiskar med hjälp av  
sambandet. (0/0/2)