

Delprov B	Uppgift 1-9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10-19. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	150 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 21 E-, 23 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 15 poäng

D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 31 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå

B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

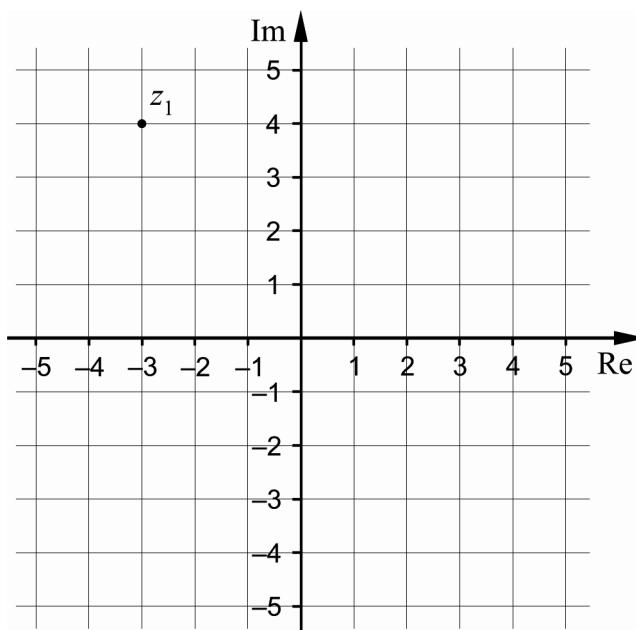
1. Derivera

a) $f(x) = \sin 4x + \cos x$ _____ (1/0/0)

b) $f(x) = 2x \cdot e^x$ _____ (1/0/0)

2. Bestäm för vilket värde på x som uttrycket $123 + |x - 7|$ antar sitt minsta värde. _____ (1/0/0)

3. Figuren visar ett komplext talplan där talet z_1 är markerat.



a) Bestäm konjugatet till z_1 $\bar{z}_1 =$ _____ (1/0/0)

b) Markera ett tal z_2 i första kvadranten så att $\operatorname{Re} z_2 < \operatorname{Im} z_2$ (1/0/0)

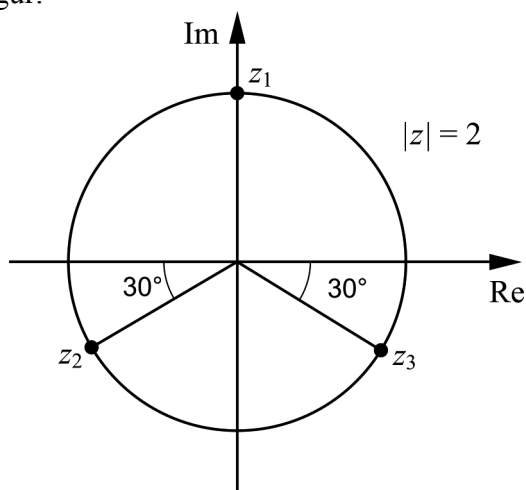
c) Markera ett tal z_3 i tredje kvadranten så att $|z_3| = \sqrt{10}$ (0/1/0)

4. Bestäm konstanten A så att det minsta värde funktionen $y = A + 5 \sin 2x$ kan anta är 3 _____ (1/0/0)

5. Bestäm $\cos 2x$ uttryckt i p om $\cos x = p$. _____ (0/1/0)

6. Vilket är det största värde $3 - 4 \sin x \cos x$ kan anta? _____ (0/0/1)

7. De komplexa talen z_1, z_2 och z_3 ligger på cirkeln $|z| = 2$
Se figur.



Bestäm en tredjegrads ekvation vars rötter är z_1, z_2 och z_3 _____ (0/0/1)

8. Två av följande ekvationer A–G är asymptoter till $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2}$

Vilka två?

A. $x = 0$

B. $y = 0$

C. $x = 1$

D. $y = 2$

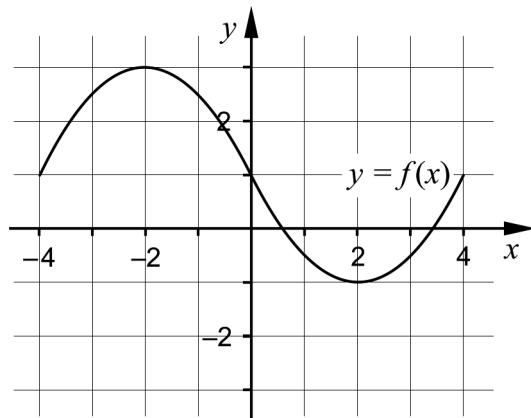
E. $y = x^2 - 3x$

F. $y = x + 2$

G. $y = x - 3$

_____ (0/0/1)

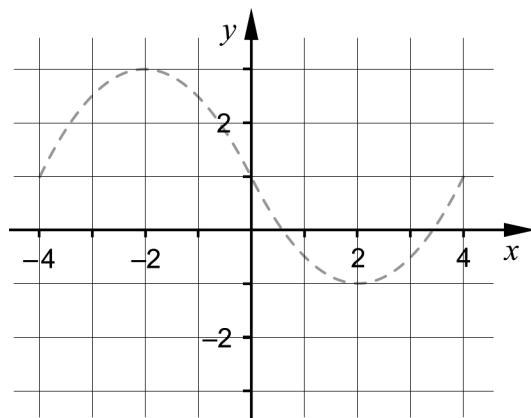
9. I koordinatsystemet är kurvan $y = f(x)$ ritad.



Använd koordinatsystemet nedan och skissa kurvan $y = f(|x|)$

i intervallet $-4 \leq x \leq 4$

För att underlätta din skissning är kurvan $y = f(x)$ inritad med en streckad linje.

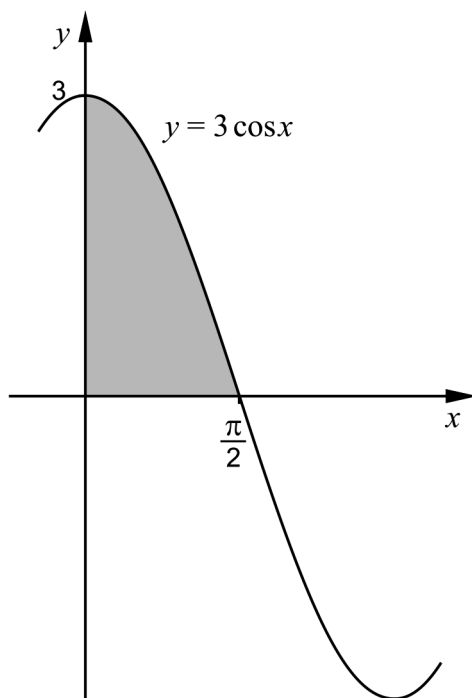


(0/0/1)

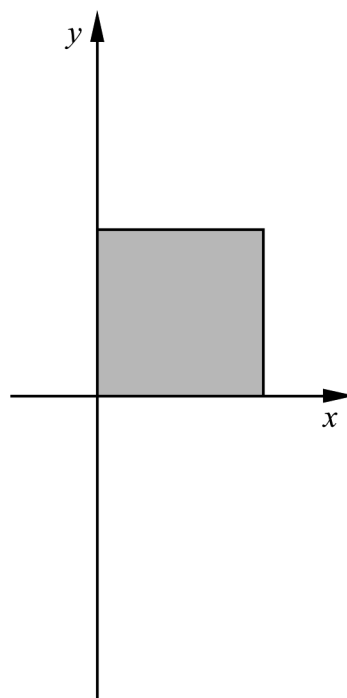
Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Det skuggade området i figur 1 begränsas av kurvan $y = 3 \cos x$ och de positiva koordinataxlarna. Kvadraten i figur 2 har lika stor area som det skuggade området i figur 1.

Figur 1.



Figur 2.



Bestäm kvadratens sidlängd uttryckt i längdenheter. Svara exakt.

(2/0/0)

11. Visa att $\frac{\sin x}{\tan x(\cos^2 x + \sin^2 x)} = \cos x$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)

12. Funktionen $f(x) = \ln x - x$ är definierad för $x > 0$ och har exakt en extrempunkt.

Bestäm extrempunktens x -koordinat och undersök om det är en maximi- eller minimipunkt.

(2/1/0)

13. Beräkna z^4 då $z = \sqrt{3}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$
Förenkla svaret så långt som möjligt.

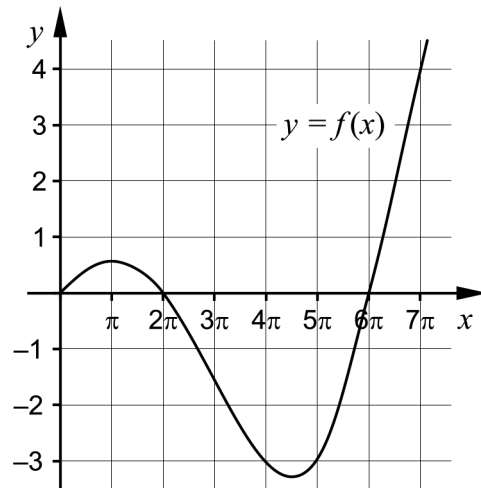
(2/0/0)

14. Polynomet $p(x) = x^3 - 5x - 12$ har ett nollställe $x = 3$
Bestäm övriga nollställen till polynomet. (1/2/0)

15. Ekvationen $x^2 + ax + b = 0$ har en rot $x = 1 + i\sqrt{3}$
Bestäm de reella konstanterna a och b . (0/3/0)

16. Visa att det går att bestämma konstanten a så att funktionen
 $f(x) = x + \frac{a}{x+1}$ får ett minimum för $x = 1$ (0/3/0)

17. Figuren visar grafen till en funktion $y = f(x)$.



En ny funktion g definieras av $g(t) = \int_0^t f(x) dx$ i intervallet $0 \leq t \leq 7\pi$

- a) Undersök för vilket värde på t som funktionen g har sitt minsta värde i intervallet $0 \leq t \leq 7\pi$ (0/1/0)
- b) Undersök antalet nollställen till funktionen g i intervallet $\pi \leq t \leq 7\pi$ (0/0/1)

18. Funktionen $f(x) = x \cos x - \sin x$ har derivatan $f'(x) = -x \sin x$

a) Visa att $f'(x) = -x \sin x$ om $f(x) = x \cos x - \sin x$ (0/1/0)

b) Bestäm $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$ (0/0/2)

19. Visa att polynomet $p(x) = x^3 + 3x - 18$ har exakt ett reellt nollställe. (0/0/3)