

| | |
|-------------------|--|
| Delprov B | Uppgift 1–12. Endast svar krävs. |
| Delprov C | Uppgift 13–20. Fullständiga lösningar krävs. |
| Provtid | 150 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans. |
| Hjälpmedel | Formelblad och linjal. |

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 60 poäng varav 22 E-, 21 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 47 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

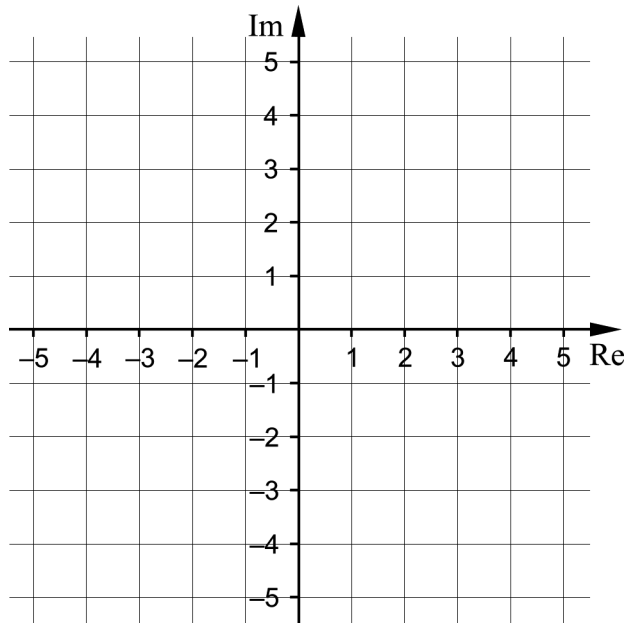
Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Skriv vinkeln 18° i radianer. _____ (1/0/0)

2. Markera i det komplexa talplanet ett tal z för vilket det gäller att $\operatorname{Re}(z) = 0$ och $|z| = 2$



(1/0/0)

3. Lös ekvationen $z^3 - 6z^2 + 13z = 0$

$z_1 =$ _____

$z_2 =$ _____

$z_3 =$ _____ (2/0/0)

4. Ange ett komplext tal z på formen $z = a + bi$ som uppfyller villkoret $\arg(z) = 135^\circ$ _____ (1/0/0)

5. Det komplexa talet $z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}\right)$ är givet.

Bestäm z^3 _____ (1/0/0)

6. Det finns många icke-reella tal z för vilka det gäller att $z + \bar{z} = -10$
 Ange ett sådant icke-reellt tal z _____ (1/0/0)

7. Funktionen $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9} + \frac{7}{8}$ har två lodräta och en vågrät asymptot.
 Ange ekvationerna för de tre asymptoterna. _____

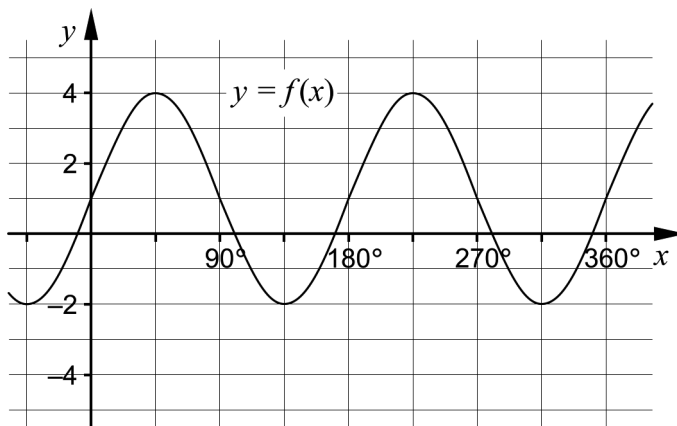
 _____ (2/0/0)

8. Derivera

a) $f(x) = 2x \cdot \sin x$ _____ (1/0/0)

b) $g(x) = \frac{e^x}{x}$ _____ (0/1/0)

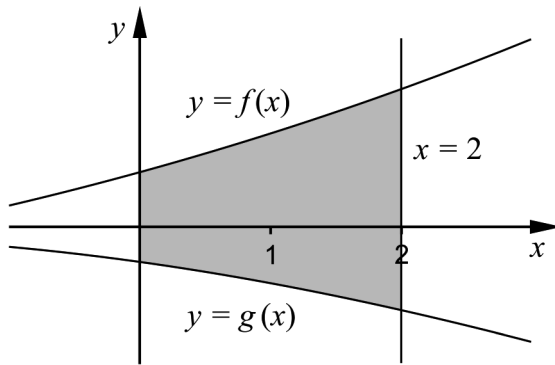
9. I figuren visas grafen till en trigonometrisk funktion f .



- a) Funktionen kan skrivas $f(x) = A \sin(kx) + B$.
 Bestäm konstanterna A , B och k . $A =$ _____
 $B =$ _____
 $k =$ _____ (1/1/0)

- b) Funktionen kan även skrivas $f(x) = A \cos(kx + v) + B$ där A , B och k har samma värden som i uppgift a).
 Bestäm ett värde på konstanten v . $v =$ _____ (0/0/1)

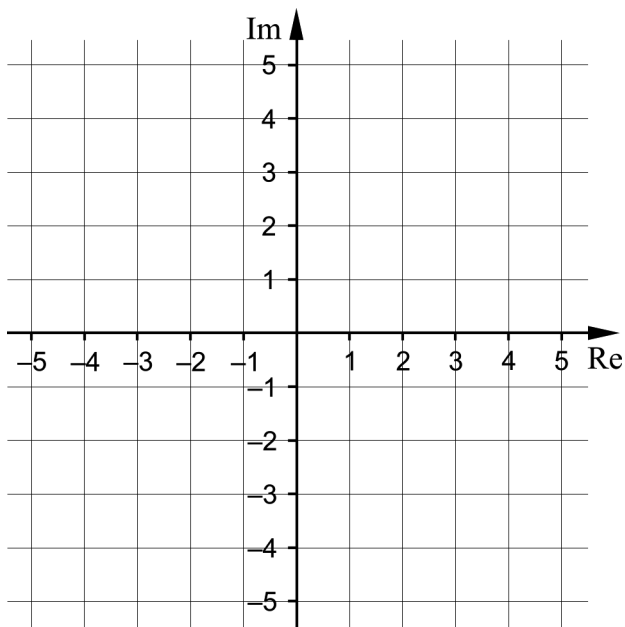
10. Det skuggade området i figuren begränsas av graferna till funktionerna f och g , linjen $x = 2$ samt y -axeln. Områdets area är 16 a.e.



För funktionen f gäller att $\int_0^2 f(x) dx = 10$

Bestäm $\int_0^2 g(x) dx$ _____ (0/1/0)

11. Markera i det komplexa talplanet alla z som uppfyller villkoret $|z + \bar{z}| = |z - \bar{z}|$.



(0/0/2)

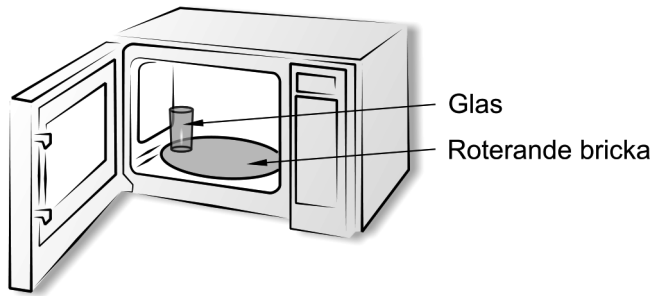
12. Ge ett exempel på en trigonometrisk funktion f på formen $f(x) = A \sin kx$

som uppfyller $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 1$ _____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

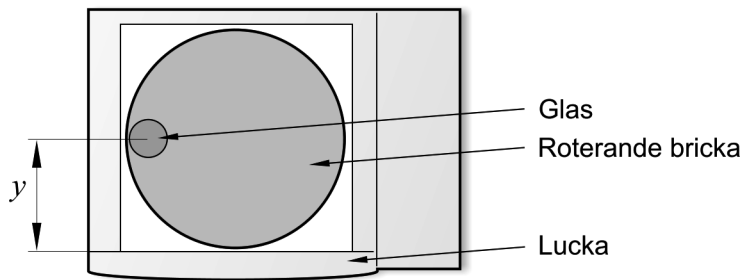
13. Beräkna $\frac{20}{3+i}$ och svara på formen $a + bi$. (2/0/0)
14. Bestäm konstanten a så att $y = 2e^{3x}$ blir en lösning till differentialekvationen $y' + ay = 0$ (2/0/0)
15. För vinkeln v gäller att $\sin v = \frac{4}{5}$ och $0^\circ < v < 90^\circ$
Bestäm $\cos(v + 45^\circ)$ exakt. (0/3/0)
16. Grafen till $f(x) = (2x - 3)^5$ har en tangent i den punkt där $f(x) = 1$
Bestäm tangentens ekvation. (0/3/0)
17. Visa att $g(x) = \sin^4 x$ är en primitiv funktion till $f(x) = 2 \sin^2 x \cdot \sin 2x$ (0/2/0)

18. I en mikrovågsugn finns en rund bricka som kan rotera. Ett glas placeras på brickan enligt figur 1.



Figur 1

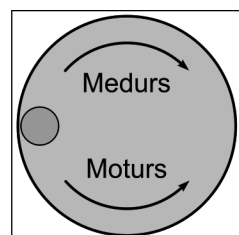
När mikrovågsugnen är igång roterar brickan med konstant fart. Avståndet y cm från glasets centrum till mikrovågsugnens lucka beskrivs av funktionen $y(t) = 17,0 - 12,5 \cos\left(\frac{\pi}{6}(t+3)\right)$ där t är tiden i sekunder. Vid $t = 0$ befinner sig glaset längst till vänster i mikrovågsugnen, se figur 2.



Figur 2 Mikrovågsugn i genomskärning sedd uppifrån. Glasets placering vid $t = 0$

- a) Bestäm det största avståndet från glasets centrum till mikrovågsugnens lucka. *Endast svar krävs* (1/0/0)
- b) Bestäm hur lång tid det tar för glaset att rotera ett varv i mikrovågsugnen. (0/1/0)

Glaset roterar antingen medurs eller moturs. Se figur 3.



Figur 3

- c) Undersök åt vilket håll glaset roterar i den här mikrovågsugnen. (0/0/2)

19. Lös ekvationen $\tan 2x \cdot \tan x = \tan x$ (0/0/2)

20. Låt $f(x) = e^{2x} - e^x + \frac{1}{4}$
Visa att $f(x) \geq 0$ för alla x . (0/0/2)