


- 17.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t ex deriverar $g(x)$ korrekt +1 C_R
 med ett i övrigt godtagbart bevis +1 C_R
- 18.** **Max 1/1/2**
- a) Korrekt svar (29,5 cm) +1 E_M
- b) Godtagbar lösning med korrekt svar (12 s) +1 C_M
- c) Godtagbar lösning med korrekt svar (medurs) +1 A_M
- Lösningen (deluppgift b och c) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 19.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t ex skriver om ekvationen till $(\tan 2x - 1) \cdot \tan x = 0$ och tecknar de två ekvationerna $\tan 2x - 1 = 0$ och $\tan x = 0$ +1 A_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar +1 A_P
 ($x = n \cdot 180^\circ$ och $x = 22,5^\circ + n \cdot 90^\circ$)
- 20.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställe *eller*
 skriver om funktionen som $f(x) = \left(e^x - \frac{1}{2}\right)^2$ +1 A_R
 med ett i övrigt godtagbart bevis +1 A_R

Instruktioner för bedömning av delprov D

- 21.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t ex skissar kurvan $y = \sin x + \cos(3,6x)$ *eller* beskriver hur räknaren kan användas för att beräkna svaret numeriskt +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (173°) +1 E_P

22.

Max 1/1/0

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang där kurvornas allmänna egenskaper jämförs, t ex ”Sinus- och cosinuskurvorna är förskjutna i förhållande till varandra.”	Godtagbart välgrundat resonemang som förklarar varför största värdet inte kan vara 5, t ex ”Maximipunkterna infaller vid olika x -värden.”	
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



23.

Max 2/0/0

Godtagbar ansats, ställer upp integralen med korrekta gränser,

$$\frac{1}{24-0} \int_0^{24} (-0,0079x^3 + 0,238x^2 - 1,43x + 8,2) dx$$

+1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t ex ”Nej, sommaren hade inte kommit eftersom medeltemperaturen var 9,4 °C.”)

+1 E_M

24.

Max 1/3/0

Godtagbar ansats, t ex bestämmer x -koordinaterna för skärningspunkterna, $-0,524$ och $0,314$

+1 E_P

med godtagbar fortsättning, ställer upp ett korrekt uttryck för arean,

$$t\ ex \int_{-0,524}^0 \cos 3x dx + \int_0^{0,314} (\cos 3x - \sin 2x) dx$$

+1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,51 a.e.)

+1 C_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 25.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t ex löser ekvationen $h(x) = 1,4$ +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar $(-0,26)$ +1 C_M
- Kommentar:* Även svaret 0,26 eller motsvarande svar, t ex i procent eller grader, anses vara godtagbart.
- 26.** **Max 0/2/2**
- a) Godtagbar ansats, t ex ställer upp korrekt integraluttryck för den sökta sannolikheten +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar $(0,12)$ +1 C_M
- b) Godtagbar ansats, t ex bestämmer sannolikheten att en lampa är hel efter 6 månader, $0,779$ +1 A_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar $(0,47)$ +1 A_M
- 27.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t ex utför divisionen $\frac{p(x)}{x-1}$ eller
 bestämmer $p(1)$ och sätter $1+a^4 - 1+a^2 + 1+1 = 0$ +1 A_R
 med ett godtagbart slutfört resonemang som
 visar att divisionen $\frac{p(x)}{x-1}$ ger en rest $\neq 0$ för alla a eller
 visar att $p(1) \neq 0$ för alla a och drar slutsatsen att polynomet inte är delbart
 med $x-1$ för något reellt värde på a +1 A_R
- 28.** **Max 0/1/3**
- a) Godtagbar lösning med godtagbart svar $(0,39)$ +1 C_B
- Kommentar:* Vid räkning med grader fås svaret 22,5 vilket också anses godtagbart.
- b) Godtagbar ansats, t ex kommer fram till sambandet $d = A-1$ eller
 bestämmer något av nollställena $x_1 = 1,5$ eller $x_2 = 6,5$ +1 A_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar $(A = 2,25, d = 1,25)$ +1 A_{PL}
 Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*



Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (0 poäng)

Det största värdet är 3,5, alltså inte 5. Anledningen till detta är att man inte kan addera $3 \sin x + 2 \cos x$ och få svaret 5, då den ena är sinus och den andra är cosinus.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen saknar resonemang om att sinus- och cosinuskurvorna är förskjutna eller att de har största värde för olika x -värden.

Elevlösningsexempel 22.2 (0 poäng)

Lösning $y = 3 \sin x$ och $y = 2 \cos x$

$y = 3 \sin x$ har amplituden 3

$y = 2 \cos x$ har amplituden 2

$$a \sin x + b \cos x = c \sin(x + \nu)$$

$$a = 3 \quad b = 2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

Det går inte att addera amplituder utan Rasmus behöver använda sig av trigonometriska formler.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas med hjälp av formel att det största värdet är $\sqrt{13}$. Däremot saknas en förklaring utifrån graferna till varför det största värdet är mindre än 5.

Elevlösningsexempel 22.3 (1 E_R)

sin och cos ger olika värden för samma x vilket gör att man inte kan addera $3+2$ direkt.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller ett enkelt resonemang som ur bedömnings synpunkt anses likvärdigt med ett resonemang om att kurvorna är förskjutna i förhållande till varandra.

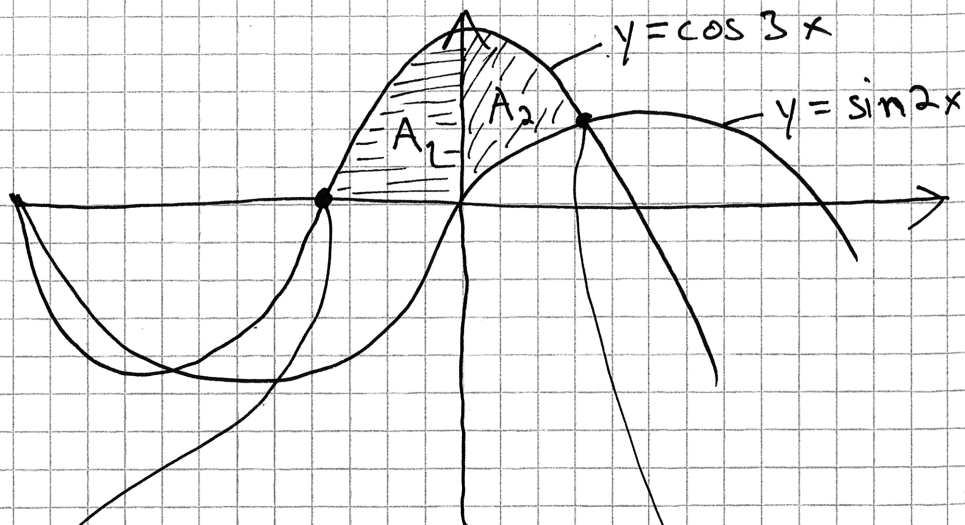
Elevlösningsexempel 22.4 (1 E_R och 1 C_R)

sinus och cosinus är vid olika lägen $= 1$.
 Detta medför att $3 \sin x + 2 \cos x \neq 5$.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen konstateras att kurvorna har y -värdet 1 vid olika x -värden. Detta anses motsvara ett resonemang om att maximipunkterna infaller vid olika x -värden och därmed uppfylla kraven för resonemangspoängen på E- och C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (1 Ep)



Räknaren ger $(-30, 0)$

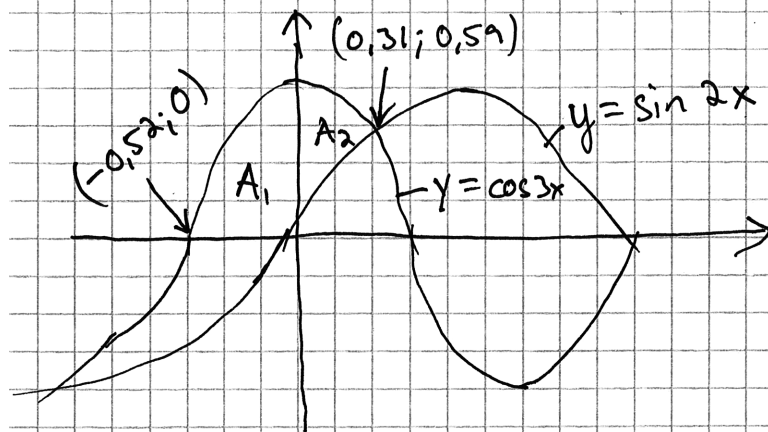
$$A_1 = \int_{-30}^0 \cos 3x \, dx = 19,09$$

Räknaren ger $(18; 0,59)$

$$A_2 = \int_0^{18} (\cos 3x - \sin 2x) \, dx = 9,98$$

$$A_{\text{tot}} = A_1 + A_2 = 29,08 \text{ a.e.}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller en bestämning av skärningspunkterna i grader i stället för i radianer. I övrigt är bestämningen av arean godtagbar. Som helhet anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ge procedurpoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 24.2 (1 E_P, 2 C_P och 1 C_K)

Intervall:
 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Skärningspunkter

$$x_1 = 0,31415927$$

$$x_2 = -0,5235988$$

$$A_1 = \int_{-0,52}^0 \cos 3x \, dx = \frac{1}{3} \text{ a.e.}$$

$$A_2 = \int_0^{0,31} \cos(3x) - \sin(2x) \, dx \approx 0,1742 \text{ a.e.}$$

$$A_1 + A_2 \approx 0,51 \text{ a.e.}$$

Svar: Arealen för det skuggade området
 är $\approx 0,51$ a.e.

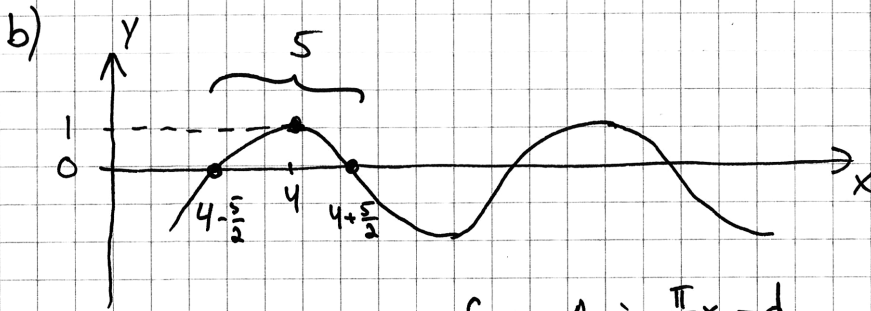
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar bestämning av arean. När det gäller kommunikation saknas förklaring till hur skärningspunkterna bestämts, A_1 anges exakt trots avrundad integrationsgräns och parentes saknas i integranden för A_2 . Trots dessa brister är lösningen möjlig att följa och förstå, bland annat eftersom figuren är tydlig och indexering av variabler används. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (1 C_B och 2 A_{PL})

a) Period 16 cm

$$k = \frac{2\pi}{16} = \frac{\pi}{8}$$



$$f(x) = A \sin \frac{\pi}{8} x - d$$

$$\text{Punkter } (1,5, 0) \quad A \sin \frac{1,5\pi}{8} - d = 0 \quad d = A \sin \frac{1,5\pi}{8}$$

$$(6,5, 0) \quad A \sin \frac{6,5\pi}{8} - d = 0$$

$$(4, 1) \quad A - d = 1$$

$$A - A \sin \frac{1,5\pi}{8} = 1$$

$$(1 - \sin \frac{1,5\pi}{8}) A = 1$$

$$A = \frac{1}{(1 - \sin \frac{1,5\pi}{8})} \approx 2,25 \quad d \approx 1,25$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar bestämning av de efterfrågade konstanterna. När det gäller kommunikation saknas redovisning till hur maxpunktens x -värde bestämts. Vidare framgår det inte tydligt vilka ekvationer som ger sambandet $A - A \sin \frac{1,5\pi}{8} = 1$. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen en begrepps-poäng på C-nivå och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.2 (1 C_B, 2 A_{PL} och 1 A_K)

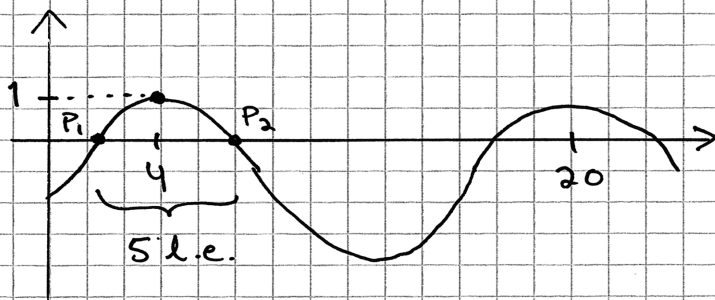
a) Perioden: $(5+11) \text{ cm} = 16 \text{ cm} \rightarrow$
 $\frac{2\pi}{k} = 16 \quad k = \frac{2\pi}{16} = \frac{\pi}{8}$

b) $f(x) = A \sin \frac{\pi}{8}x - d$

y_{\max} då $\sin \frac{\pi}{8}x = 1$

$$\frac{\pi}{8}x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$$

$$x = 4 + n \cdot 16 \rightarrow \text{Maximipunkt } (4, 1)$$



Avstånd mellan nollställena: 5 l.e. \rightarrow

P_1 har x-koordinaten $4 - \frac{5}{2} = 1,5$

P_2 $4 + \frac{5}{2} = 6,5$

$\rightarrow (1,5; 0), (4, 1), (6,5; 0)$ är punkter på kurvan.

$$\rightarrow \begin{cases} A \sin \frac{1,5\pi}{8} - d = 0 & (1) \\ A \sin \frac{6,5\pi}{8} - d = 0 & (2) \\ A \sin \frac{\pi}{2} - d = 1 & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} (1) \quad A \sin \frac{1,5\pi}{8} = d \\ (3) \quad A \sin \frac{\pi}{2} - A \sin \frac{1,5\pi}{8} = 1 \\ \quad A(1 - \sin \frac{1,5\pi}{8}) = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow A = \frac{1}{1 - \sin \frac{1,5\pi}{8}} \approx 2,25$$

$$\rightarrow d \approx 1,25$$

$$\underline{\text{Svar:}} \quad \begin{cases} A \approx 2,25 \\ d \approx 1,25 \end{cases}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller en godtagbar bestämning av de efterfrågade konstanterna. När det gäller kommunikation är lösningen något otydlig när ekvation (1) och (3) slås ihop samtidigt som förenklingen $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ görs. Dessutom redovisas inte beräkningen av d på sista raden. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå då det finns en tydlig figur med några förklarande ord och då ekvationerna i ekvationssystemet numrerats. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.