Sammanfattning Matematik 3

Författare: Anna Karp

I sammanfattning Matematik 3 har vi samlat alla formler och begrepp som du behöver i kurserna Matematik 3b och 3c. Du hittar lätt vad du söker i innehållsförteckningen här till höger.

Sammanfattning Matematik 3 är främst till för att ge dig en överblick över kursen. Den är till hjälp vid repetition inför prov eller inför att du ska läsa Matematik 4.

Genom att klicka på länkarna i texten kommer du till lektioner med övningsuppgifter och videogenomgångar på de olika begreppen. På så sätt kan du fördjupa dig mer kring det som här, i all enkelhet, kort presenteras. Följ länken för att se hur skolverket beskriver kursens centrala innehåll.

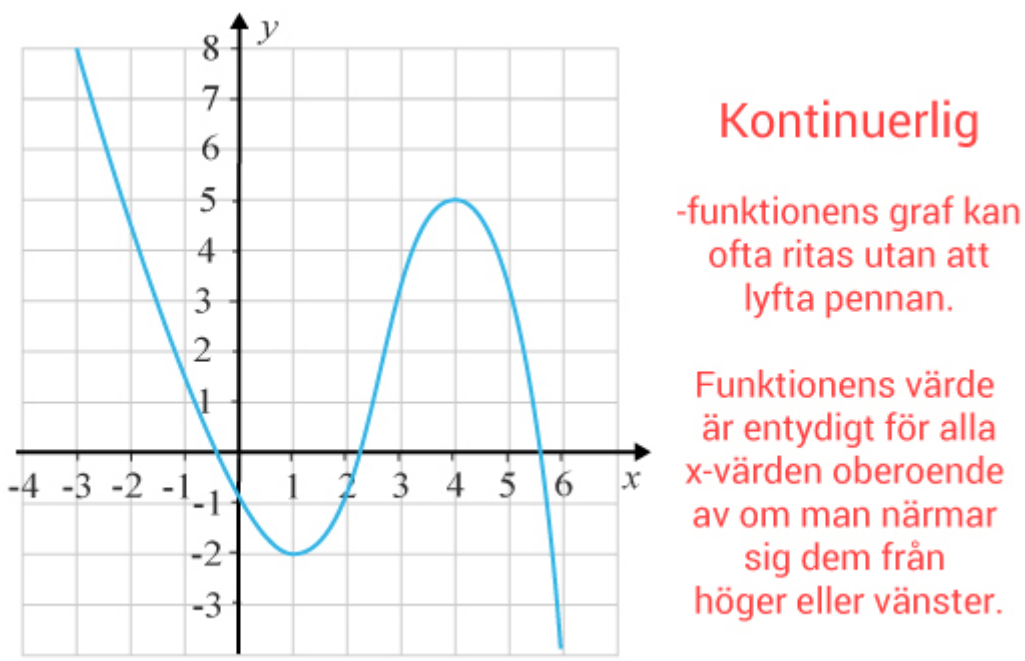
En annan bra repetition av kursen är att göra nationella prov som gjort tidigare år. Vi har samlat dem på ett ställe.

Funktioner

En *funktion* är en regel som till varje tillåtet x-värde ger *exakt ett* y -värde. Du kan kontrollera om en graf är en funktionen med hjälp av *vertikaltestet*.

Definitionsmängden är de tillåtna$x$-värdena
Värdemängden är de erhållna y-värdena

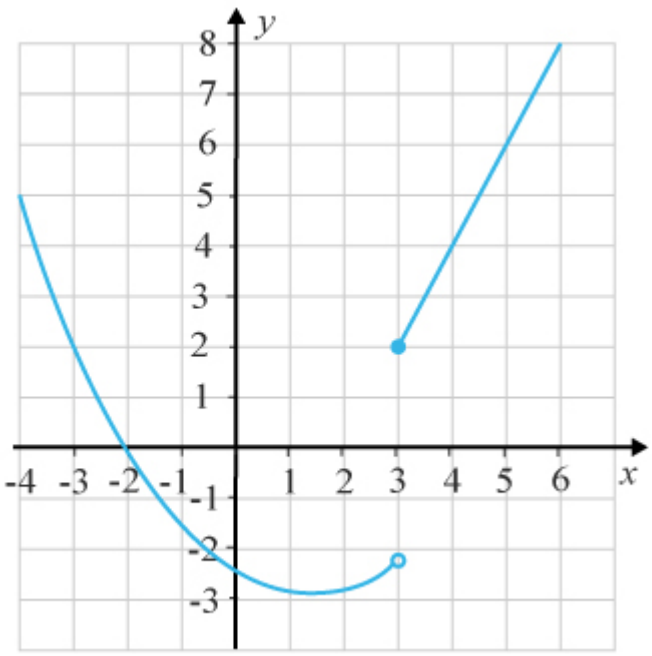
Funktioner delas in i *kontinuerliga* eller *diskontinuerliga* funktioner.



Alla polynomfunktioner är kontinuerliga.

Innehåll

Funktioner
Polynom
Algebra
Rationellt uttryck
Förenkla rationelle uttryck
Kvadreringsreglerna
Konjugatregeln
Potensregler
Kvadratrötter
Polynomfunktioner
Fem sätt att lösa ekvationer på
Ändringskvot/differenskvot, tangent och sekant
Gränsvärde
Derivatan
Deriveringsregler
Derivatan och tangentens lutning
Växande och avtagande
Bestäm extrempunktens karaktär
Teckentabell
Primitiva funktioner och integraler
Integraler
Trigonometri (Ma3c)
Enhetscirkeln (Ma3c)
Tabell över exakta trigonometriska värden (Ma3c)
Triangelsatserna (Ma3c)
Areasatsen (Ma3c)
Sinussatsens formel (Ma3c)
Cosinussatsen (Ma3c)
Geometriska talföljder (Ma3b)
Linjär optimering (Ma3b)
Repetitionsmaterial
Kommentarer

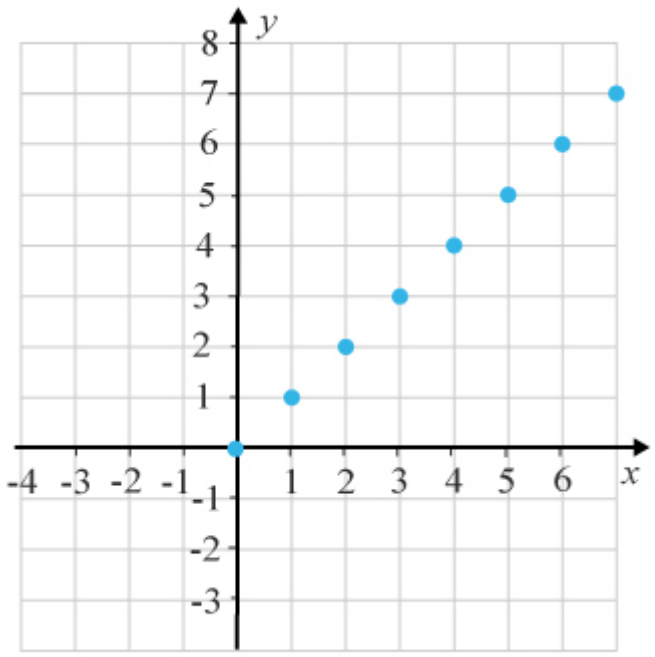


Diskontinuerlig

-funktionens graf kan inte ritas utan att pennan lyfts då x = 3.

Funktionens värde är olika om x närmar sig värdet 3 från höger eller vänster.

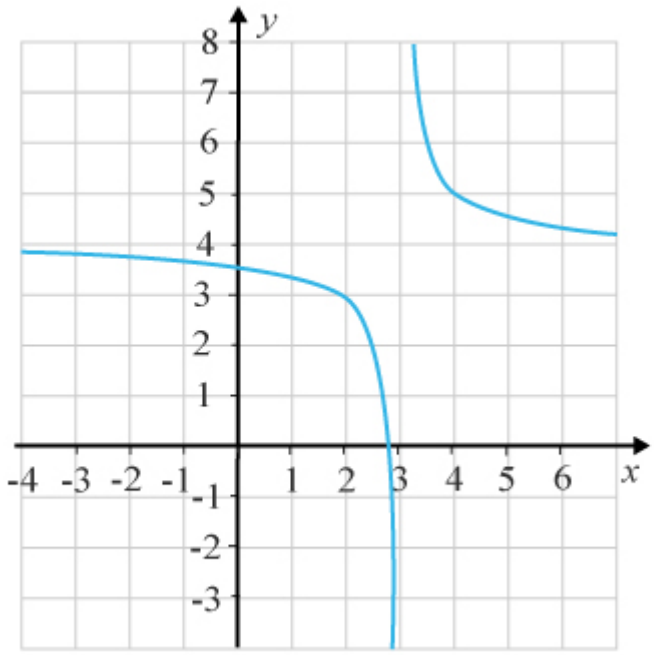
En av de diskontinuerliga funktionerna kallas för *diskret*. Den utmärker sig genom att definitionsmängden inte omfattar alla reella tal i ett intervall. Det ger en graf som består av punkter i stället för en sammanbunden graf.



Diskret

-funktionens graf är ej sammanhängande utan full av glapp.

Funktionens definitionsmängd är diskret. Den kan som här tex vara definerad endast för de naturliga talen.



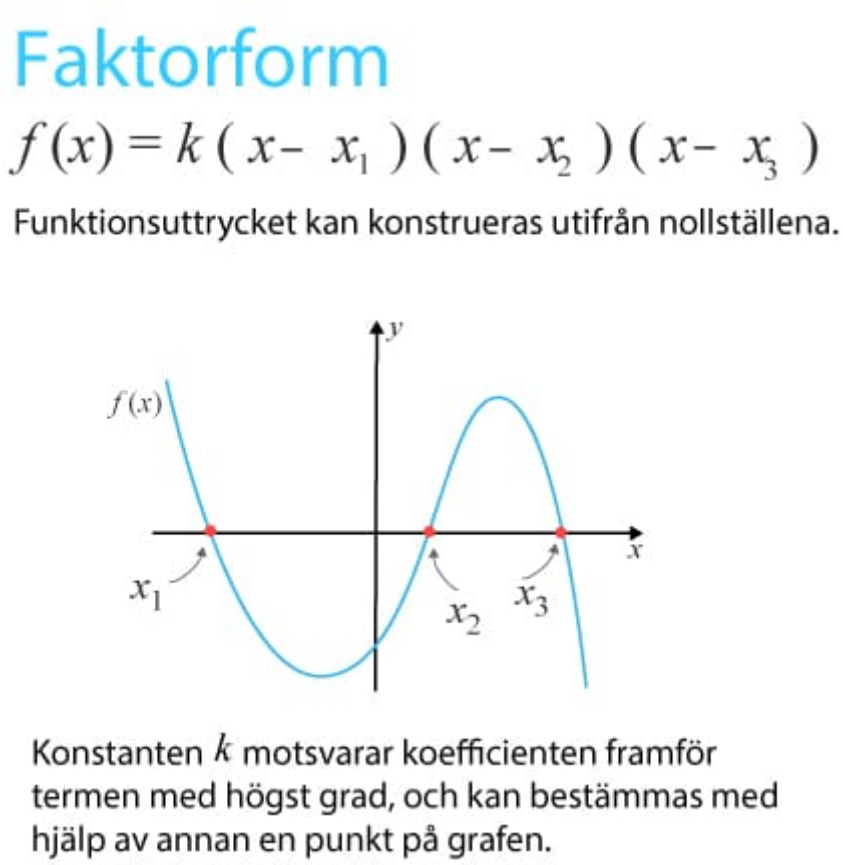
Kontinuerlig

-funktionens graf är kontinuerlig för hela definitionsmängden.

Avbrottet återfinns i det odefinerade x-värdet.

Polynom

Polynom är en summa av termer där variabeln är i basen och alla exponenter tillhör de naturliga talen. Alla polynom kan skrivas i faktorform.



Algebra

En stor del av Matematik 3 handlar om att behärska algebra och alla dess olika räkneregler. Här sammanfattar vi de viktigaste du behöver kunna för att klara kursen.

Rationellt uttryck

Rationella uttryck definieras som en kvot av två polynom.

Rationellt uttryck

Mer matematiskt definierar vi att ett rationellt uttryck $r(x)$ är en kvot av två polynom $p(x)$ och $q(x)$.

$r(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ där $q(x) \neq 0$

Förenkla rationelle uttryck

Genom att behärska kvadreringsreglerna och konjugatregeln kan du skriva om uttryck till faktorer, som du förhoppningsvis kan förkorta och på så vis förenkla tillsynes komplicerade rationella uttryck.

Kvadreringsreglerna

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Konjugatregeln

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

När du har täljare och nämnare som innehåller identiska faktorer kan du förkorta bort dessa. Om så inte är fallet kan vid vissa tillfällen skapa uttryck som är identiska. Detta fungerar då uttrycken endast skiljer sig på så vis att de har olika tecken. Genom att bryta ut en minusetta ur en av faktorerna kan du då skriva om dem till samma tecken. Följande kunskap är alltså användbar.

$(a-b) = (-1)\,(b-a)$

Potensregler

För alla reella tal m och n och positiva tal a och b gäller att

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ där $a \neq 0$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

$a^0 = 1$

Kvadratrötter

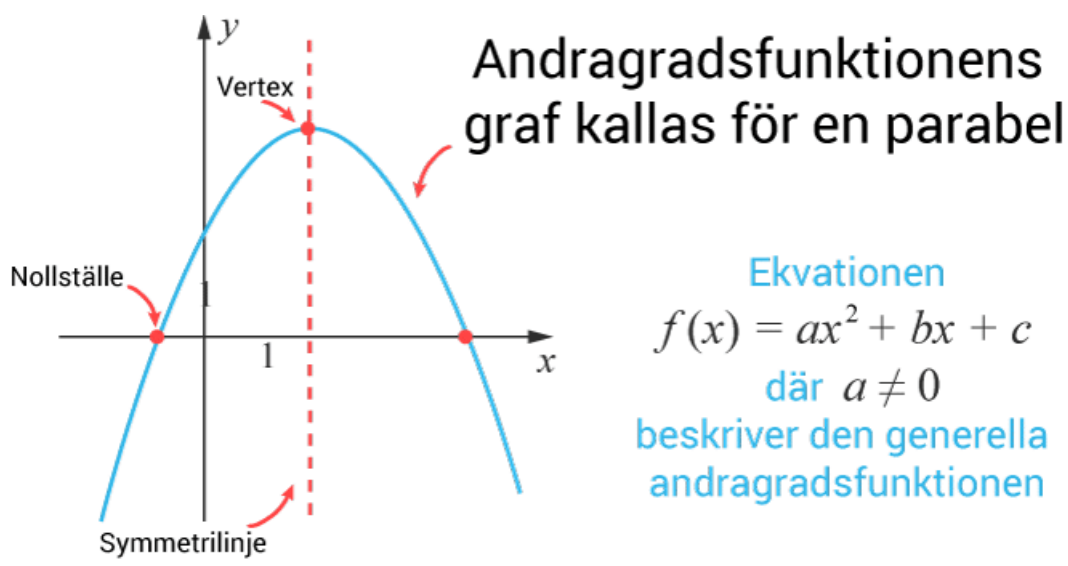
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Polynomfunktioner

Andragradsfunktioner

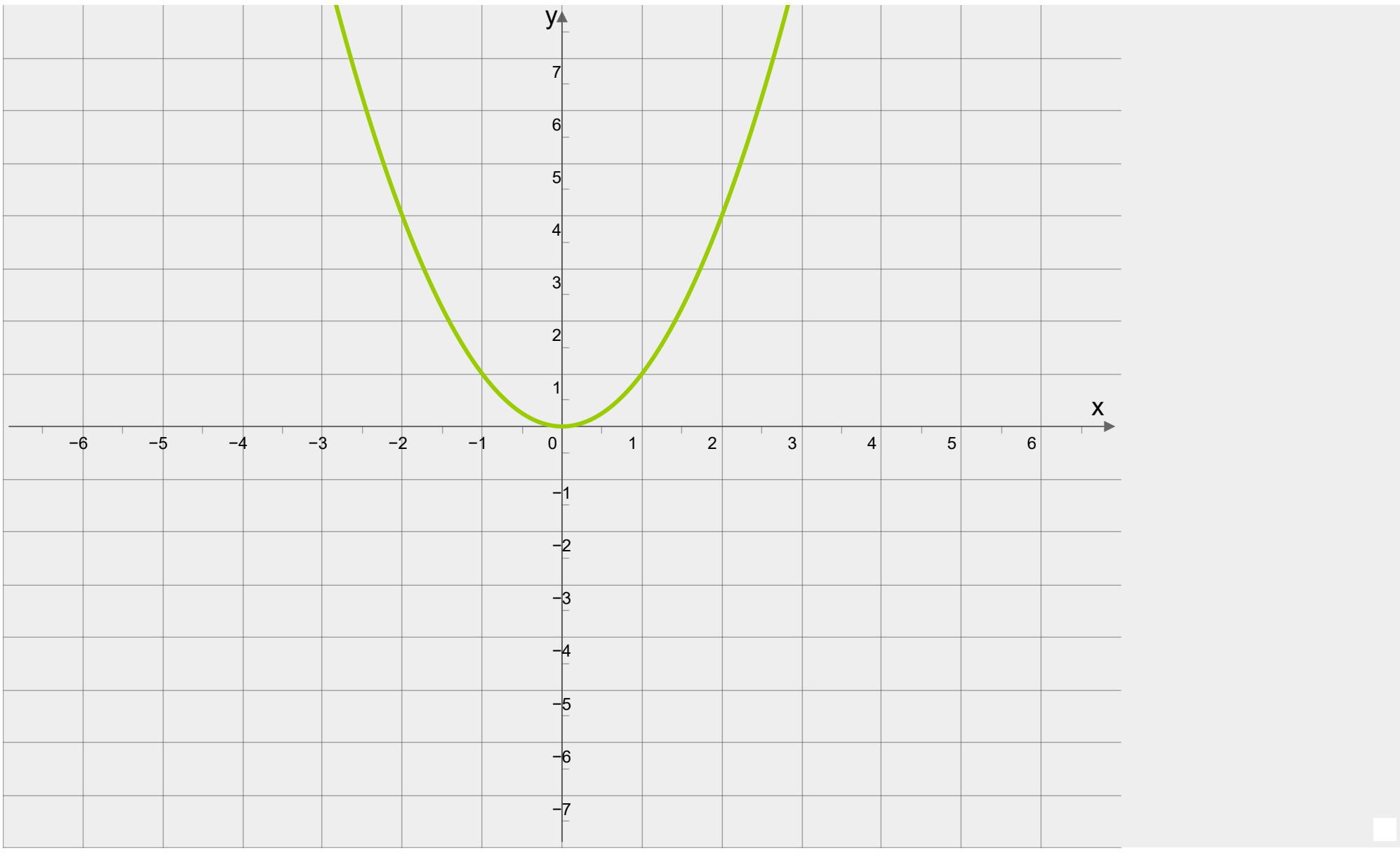
Andragradsfunktionen är en av polynomfunktionerna. Här repeterar vi kort de olika begreppen.



Mer ingående förklaringar och övningsuppgifter hittar du i lektionen Vad är en andragradsfunktion?

Genom att flytta reglagen i sidled kan du undersöka hur konstanterna a, b och c i andragradsfunktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$ påverkar parabeln utseende.

Visualisera Andragradsfunktioner



Ändra koefficienterna a och b och konstanten c

$a = 1$

$b = 0$

$c = 0$

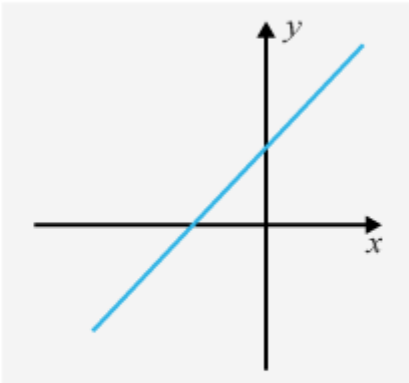
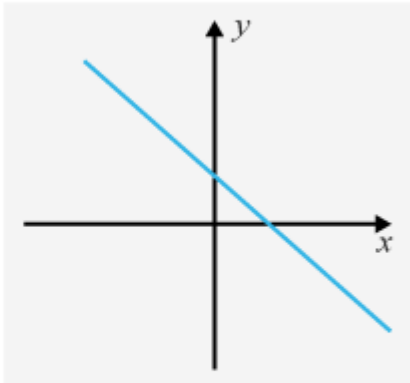
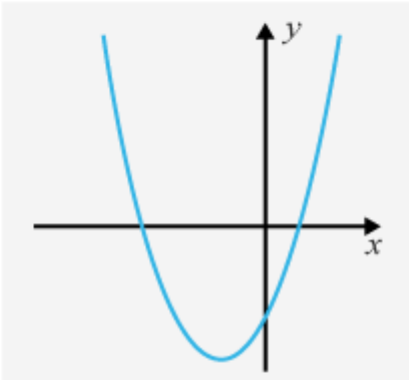
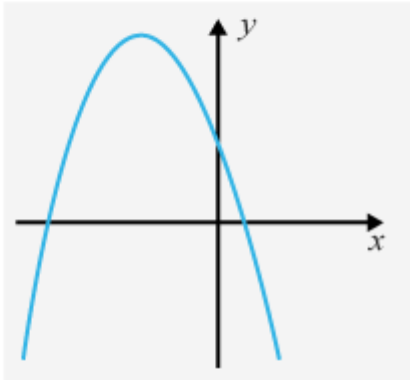
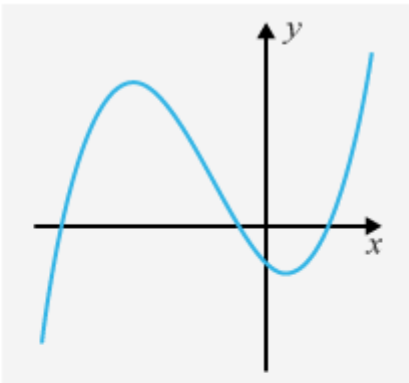
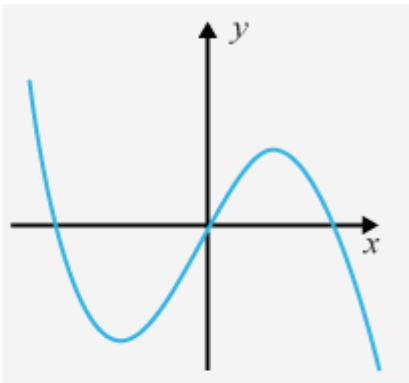
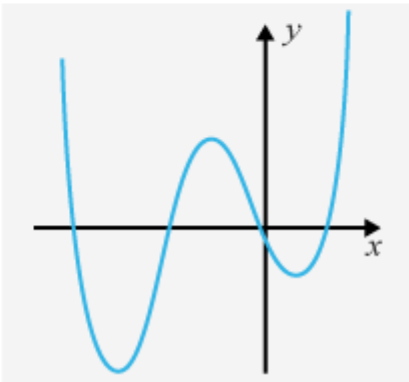
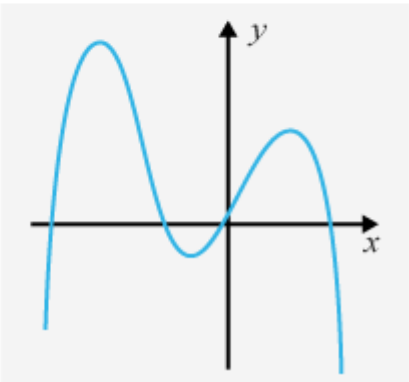
Återställ värden

Andragradsfunktionens formel

$f(x) = ax^2+bx+c = 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 0$

Polynomfunktionens graf

Utifrån polynomfunktionens grad kan vi skissera grafens utseende. Skissen är grovt generaliserade, så tänk på att grafen till funktionerna varierar beroende på koefficienternas värden. Om exempelvis grafens derivata har sammanfallande rötter kan extrempunkter sammanfalla, vilket leder till att grafens utseende förändras.

	Positiv funktion $a > 0$ Grafen pekar uppåt åt höger.	Negativ funktion $a < 0$ Grafen pekar nedåt åt höger.
Förstagradsfunktion $f(x)=ax + b$ Kallas även för en linjär funktion $y = kx+m$		
Andragradsfunktion $f(x) = ax^2 + bx + c$		
Tredjegradsfunktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$		
Fjärdegradsfunktion $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + d$		

En grundläggande minnesregel kan vara att

För *udda* gradtal börjar och slutar grafen åt *olika* riktning.

För *jämna* gradtal börjar och slutar grafen åt *samma* riktning.

Fem sätt att lösa ekvationer på

Tänk på att *aldrig* dividera bort en variabel vid ekvationslösning. Du riskerar att förlora lösningar!

En ekvation kan ha lika många lösningar som ekvationens gradtal, alltså polynomets största exponent för variabeln. Lösningarna kallas för rötter. Tex. andragradsekvationer kan ha två lösningar, tredjegradsekvationer tre och femtegradsekvationer fem lösningar. I vissa fall sammanfaller vissa lösningar, alltså en *dubbelrot*, *trippelrot* o.s.v.

När man löser en ekvation genom kvadrering kan även en så kallad *falsk rot* smyga sig med. Alltså en rot som inte ger en likhet i ursprungsekvationen. Testa därför alltid dina rötter i den ursprungliga ekvationen när du kvadrerat.

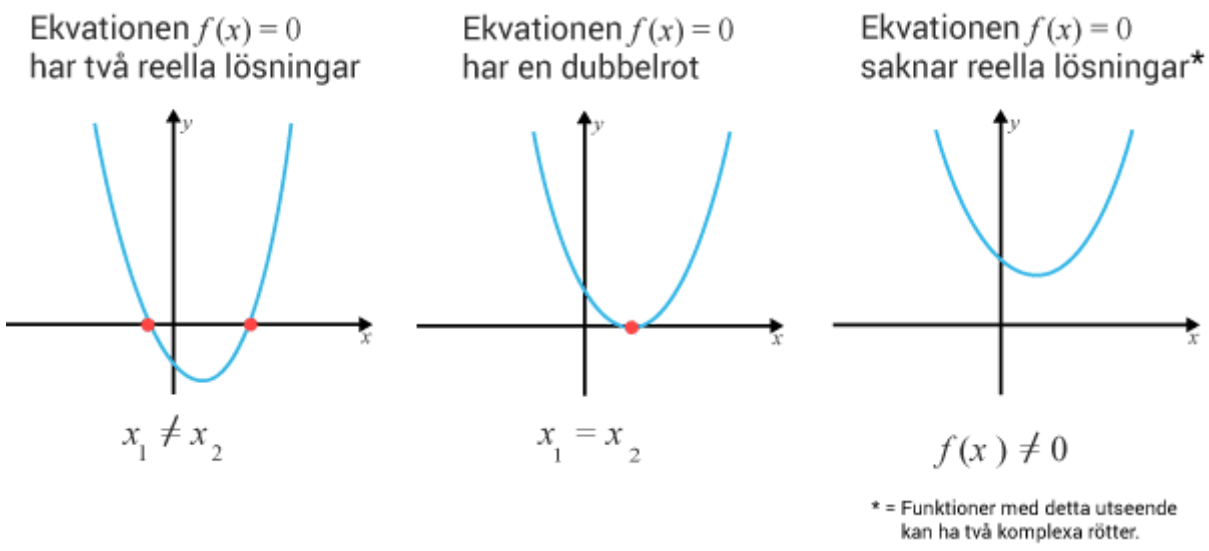
Kontrollera även om det finns *x*-värden som inte är definierade. Vanligtvis är de odefinierade *x*-värdena de värden på x som gör att nämnaren blir noll eller vid logaritmering, negativa x -värden eftersom att

1) *Nollproduktmetoden* – Denna metod är mycket användbar i denna kurs, eftersom att vi ofta ska ta fram derivatans nollställen. Har du termer vars summa är lika med noll så lär det vara denna metod som är mest effektiv!

2) *Kvadratrotsmetoden*

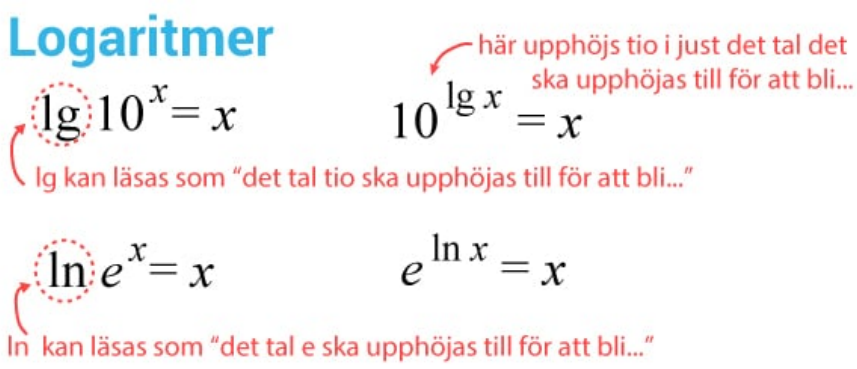
3) *Lösningsformeln* även kallad PQ för andragradsekvationen

4) *Grafisk lösning* – Rita HL och VL som två olika funktioner och läs av skärningspunktens x- värden, de motsvarar ekvationens lösning. Finns inga skärningspunkter saknar ekvationen reella lösningar. I exemplet nedan söks lösningen till f(x)=0



5) *Logaritmer* – Två vanliga baser är basen 10 och *e*. De har därför fått egna beteckningar.

$\log_{10} = \lg$ och $\log_e = \ln$



Enligt logaritmlagar är

$$10^x = y \quad \Leftrightarrow \quad x = \lg y$$

och

$$e^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \ln b.$$

En ekvation med variabeln i exponenten löser vi genom att ta logaritmen på båda leden.

EXEMPEL

Exempel

Lös ekvationen $2e^x = 4$

Lösning

$2e^x = 4$ *dividera båda leden med två*

$e^x = 2$ *logaritmera båda leden*

$x = \ln 2$

eftersom att $\ln e^x = \ln b \quad \Leftrightarrow \quad x \cdot \ln e = \ln b \quad \Leftrightarrow \quad x = \ln b$

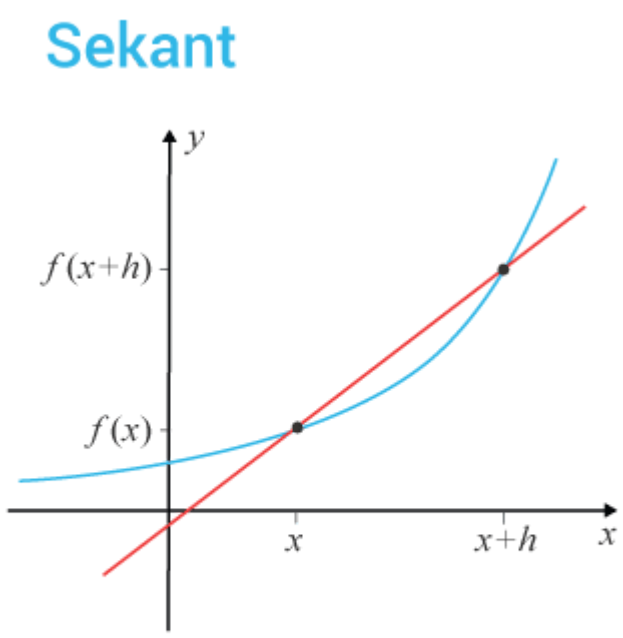
Vi kan läsa både $e^x = b$ och $x = \ln b$ som

”Talet x är det tal som basen e ska upphöjas till för att svaret ska bli talet b.”

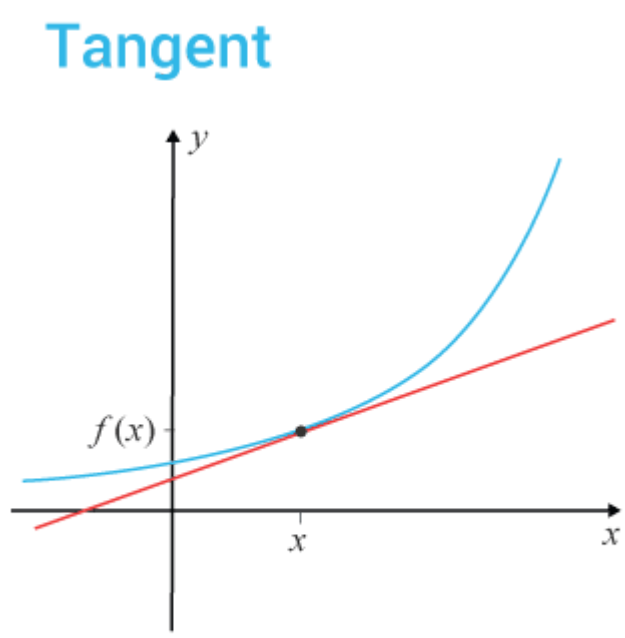
ln utläses som “*det tal som basen e ska upphöjas till för att svaret ska bli…*”

Ändringskvot/differenskvot, tangent och sekant

Genom att bestämma en sekant eller tangent kan vi uppskatta en funktions förändring.

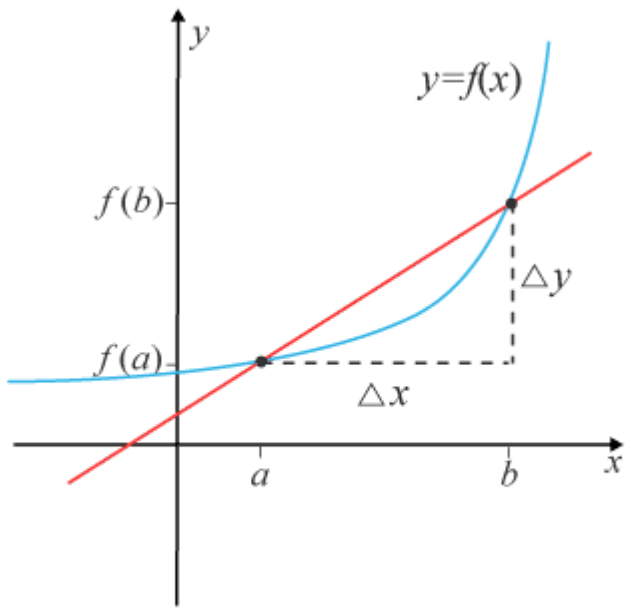


En *sekant* är en rät linjen som skär grafen i *minst två* punkter.



En *tangent* är en rät linjen som skär grafen i endast *en* punkt.

Sekanten ger förändringen i ett intervall. Tangenten ger förändringen i *en* punkt.



Sekantens lutning motsvarar ändringskvotens värde

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Ändringskvotens värde motsvarar den genomsnittliga förändringshastigheten och beskriver kurvans genomsnittliga lutning i ett intervall.
Kvoten kallas även för en differenskvot.

Den ändringskvot som ger bäst närmevärde vid numerisk beräkning är den *centrala differenskvoten*. Du väljer ett värde med samma avstånd framåt som bakåt i förhållande till punkten du ska bestämma ändringskvoten till och beräknar sedan

Genomsnittlig förändringshastighet $= \frac{\text{Förändringen i y-led}}{\text{Förändringen i x-led}} = \frac{\triangle y}{\triangle x}$

Återvänd till lektionen om Genomsnittlig förändringshastighet och ändringskvoter för att repetera numeriska och grafiska ändringskvoter.

För att får ett bättre närmevärde på ändringskvoten väljs två punkter på funktionen med mycket litet avstånd till punkten vi vill beräkna förändringen i. Tex $h = \pm 0,000\,001$. Ju mindre avstånd, ju bättre värde. Men vill vi få ett exakt värde måste vi ha ett oändligt litet avstånd mellan punkterna. Vi behöver då räkna med gränsvärden.

Gränsvärde

Gränsvärdet inför vi för att kunna definiera derivatan algebraiskt.

Var noga med att skriva ut $\lim_{h \to 0}$ när du förenklar uttrycket

$$\lim_{h \to 0} \frac{2xh + h}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{h(2x + h)}{h} =$$

$$\lim_{h \to 0} (2x + h) = 2x + 0 = 2x$$

Det är först när man ersätter variabeln med värdet det går mot som man tar man bort $\lim_{h \to 0}$

För vissa uttryck och funktioner kan man beräkna gränsvärdet direkt genom insättning. För andra behöver man först förenkla eller skriva om uttrycket på olika vis, för att sedan kunna beräkna gränsvärdet.

Derivatan

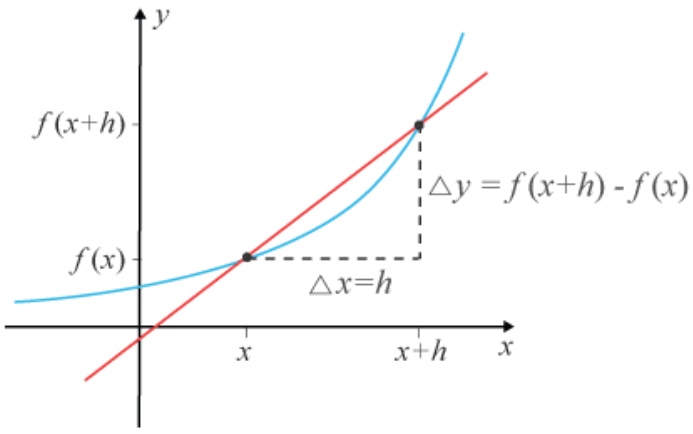
Derivatans värde kan beskrivas som…

- kurvans lutning i en punkt, vilket är det samma som tangentens lutning i punkten.
- förändringshastigheten i en punkt på kurvan.'

Derivatans definition

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Gränsvärdet till ändringskvoten motsvarar derivatans värde i punkten $(x, f(x))$.



EXEMPEL

Exempel

Bestäm $f'(x) = 2x^2 + 3$ med derivatans definition

Lösning

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{2(x+h)^2 + 3 - (2x^2+3)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2(x^2 + 2xh + h^2) + 3 - (2x^2 + 3)}{h} =$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\cancel{2x^2} + 4xh + 2h^2 \cancel{+3} \cancel{-2x^2} \cancel{-3}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{4xh + 2h^2}{h} =$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{h(4x+h)}{h} = \lim_{h \to 0} (4x + h) = 4x + 0 = 4x$$

När man förenklar derivatans definition kommer alltid alla termer som inte innehåller ett h ta ut varandra

Först när man ersatt h med gränsvärdet tar man bort $\lim_{h \to 0}$

Deriveringsregler

Utifrån derivatans definition har man tagit fram deriveringsregler. Det finns två deriveringsregler. En för potensfunktioner och en för exponentialfunktioner.

TIPS

- Du deriverar alltid ett uttryck ”term för term”.
- Derivatan av en konstant är alltid lika med noll.
- Derivatan av en förstagradsterm är alltid lika med koefficienten.

- Om funktionen har variabeln i nämnaren eller under ett rottecken, så skriv om den i potensform för att sedan tillämpa deriveringsreglerna.
- Vi har inte lärt oss deriveringsregeln för produkter. Skriv om uttrycket till termer och derivata term för term.

Viktigt att komma ihåg att $a^0 = 1$

Deriveringsregeln för potensfunktioner

$$f(x) = kx^n \quad \Rightarrow \quad f'(x) = n \cdot k \cdot x^{n-1}$$

Funktionsuttrycken deriveras alltid term för term.

Derivatan för termer i potensform är lika med "exponenten • koefficienten • variabeln upphöjt till exponenten minus ett "

Deriveringsregeln för exponentialfunktioner

$$f(x) = Ca^{kx} \Rightarrow \quad f'(x) = Ca^{kx} \cdot k \cdot \ln a$$

Funktionsuttrycken deriveras alltid term för term.

Derivatan för termer med variabeln i exponenten är lika med "den ursprungliga funktionen • koefficienten i exponenten • ln för basen "

$\ln$ står för den *naturliga logaritmen*, som är logaritmen med basen e .

Därför är derivatan för exponentialfunktioner med basen e extra lätt. Detta eftersom att $\ln e = 1$ och vi får att derivatan är densamma som ursprungs funktionen om koefficienten i exponenten är lika med ett. Så fort du får $\ln e$ så beräknar du det. Det ska inte finnas med i svaret.

Närmevärdet till talet $e \approx 2,71828$

Det är vanligt att man glömmer bort att det *inte* är korrekt att multiplicera en bas med en faktor.

EXEMPEL

Observera

$4 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$ medan $(4 \cdot 3)^2 = 12^2 = 144$

På liknande sätt gäller att derivatan till $f(x) = 3 \cdot 2^x$ är lika med $f'(x) = 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2$.

Men derivatan $f'(x) = 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2 \neq 6^x \cdot \ln 2$. Du kan inte heller förenkla derivatan till någon av följande då $f'(x) = 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2 \neq \ln 12^x$ och $f'(x) = 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2 \neq \ln 6 \cdot 2^x$

Du får alltså INTE multiplicera basen med faktorn k eller $\ln a$ i $f'(x) = C \cdot a^{kx} \cdot lna$

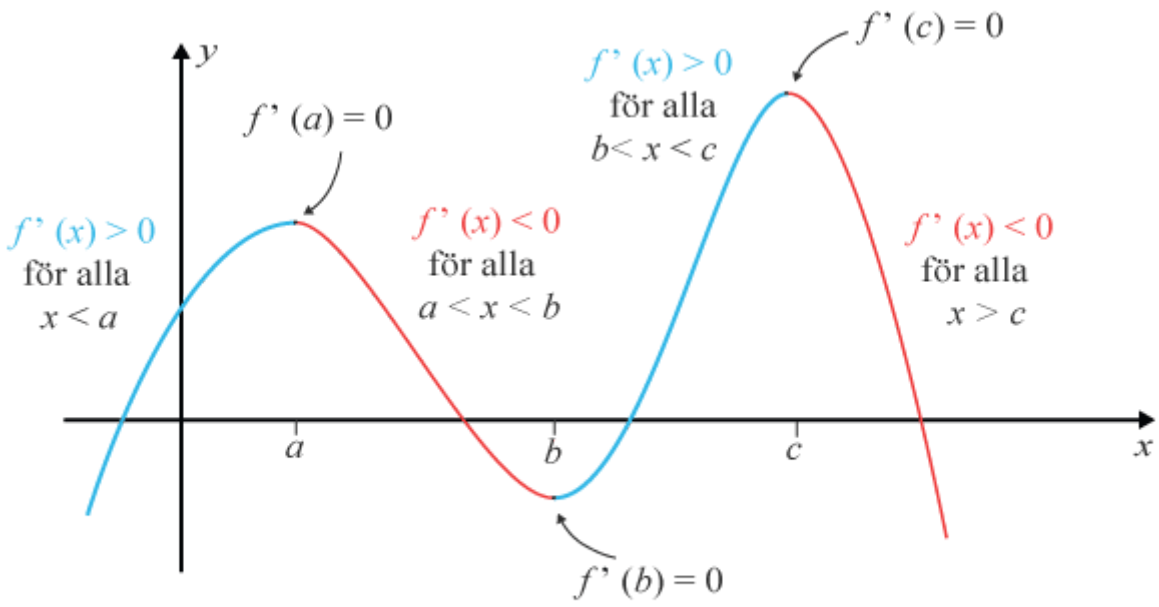
Derivatan och tangentens lutning

Växande och avtagande

Med derivatan kan vi analysera funktionens utseende och egenskaper.

När funktionen är *växande* är derivatan positiv och alla tangenter i intervallet har en positiv lutning.

När funktionen är *avtagande* är derivatan negativ och alla tangenter i intervallet har en negativ lutning.



Funktionen är växande för de blåa delarna av grafen.
Funktionen är avtagande för de röda delarna av grafen.

Bestäm extrempunktens karaktär

I extrempunkterna är $f'(x) = 0$. I dessa punkter hittar du *lokala* och eventuellt globala max och minimipunkter. Alla extrempunkter kan verifieras med antingen med

1) **Teckentabell**

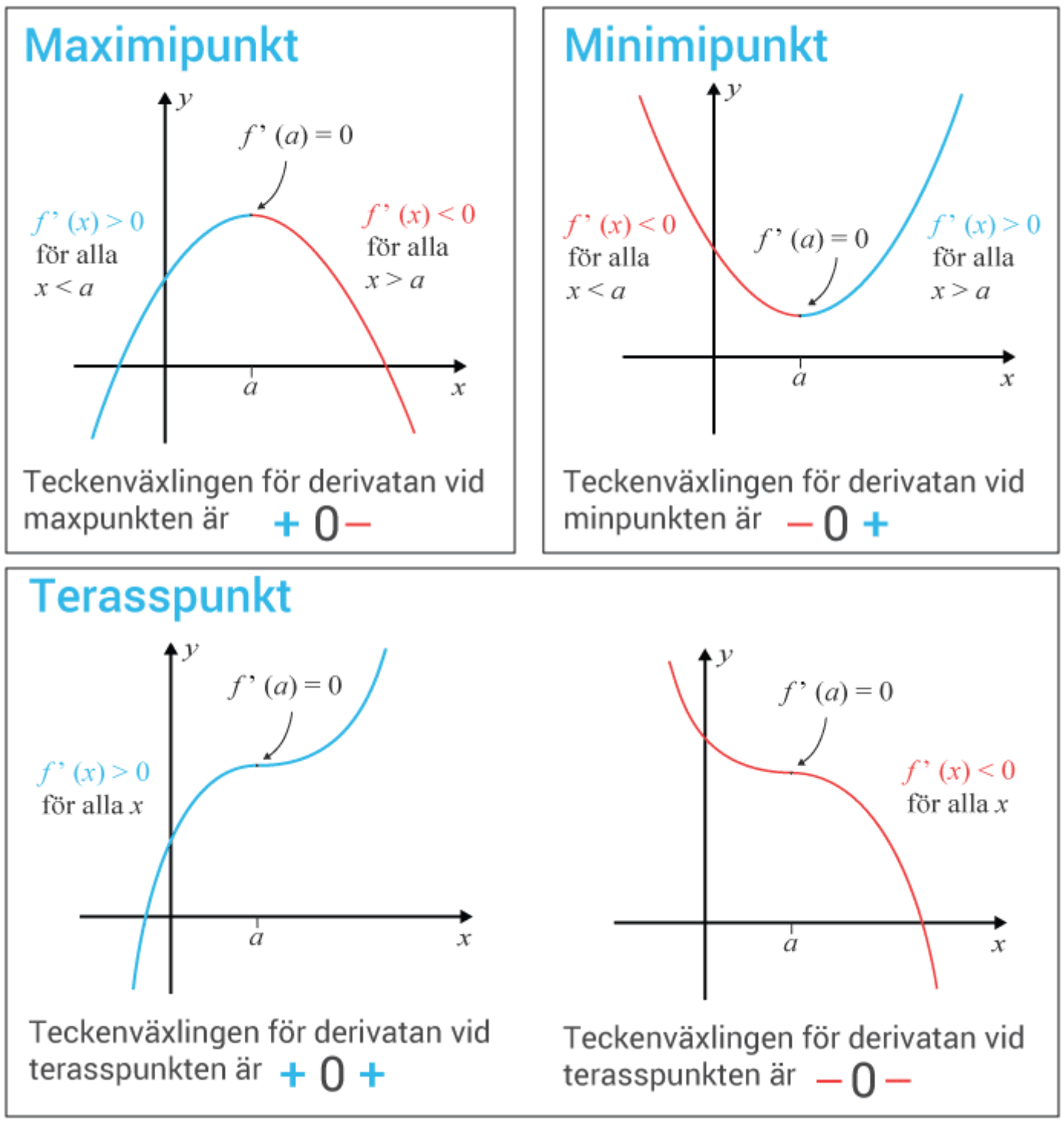
x	$x < -3$	$x = -3$	$-3 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 4$	$x = 4$	$x > 4$
$f'(x)$	−	0	+	0	−	0	+
$f(x)$	↘	MIN	↗	MAX	↘	MIN	↗
$f''(x)$		+		−		+	

2) **Andraderivatan**

$f''(a) < 0$ ger att punkten där $x = a$ är en maximipunkt

$f''(b) > 0$ ger att punkten där $x = b$ är en minimipunkt

3) **Skiss och resonemang kring kurvans egenskaper**. Tänk då på att det är funktionen och inte derivatans graf du ska föra ditt resonemang kring.



$f(x)$ har en extrempunkt då $f'(x) = 0$

$f'(x) = 0$ ger en maximipunkt då $f''(x) < 0$

$f'(x) = 0$ ger en minimipunkt då $f''(x) > 0$

Då $f'(x) = 0$ ger att $f''(x) = 0$ måste karaktären bestämmas med en teckentabell.

Teckentabell

I teckentabellen får du en bild av grafens utseende.

x	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 5$	$x = 5$	$x > 5$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	MAX	↘	MIN	↗

Om du vill göra en mer noggrann skiss räknar du fram y-koordinaterna för extrempunkterna genom att sätta in x-värdena i funktionsuttrycket. Du kan med fördel även bestämma var kurvan skär y-axeln. Punkten motsvarar alltid konstanttermen i uttrycket, eftersom att att $x = 0$ i denna punkt. Du kan även bestäm även funktionens nollställen, alltså där grafen skär x -axeln, där $f\,(x) = 0$ eller någon annan valfri punkt på grafen för att få en ännu noggrannare skiss.

Primitiva funktioner och integraler

Funktionen $F\,(x)$ är en primitiv funktion till funktionen $f\,(x)$ om

$F'\,(x) = f\,(x)$

Alltså om den primitiva funktionen F : s derivata är lika med funktionen f .

Primitiv funktion till potensfunktioner

$$f(x) = kx^n \quad \Rightarrow \quad F(x) = \frac{k \cdot x^{n+1}}{n+1} + C$$

Den primitiva funktionen för termer i potensform är lika med "koefficienten · variabeln upphöjt till exponenten plus ett, dividerat med exponenten plus ett "

För att ange samtliga funktioner som är primitiva adderar vi en konstant C.

Primitiv funktion till exponentialfunktioner

$$f(x) = Ca^{kx} \Rightarrow \quad F(x) = \frac{Ca^{kx}}{k \cdot \ln a} + D$$

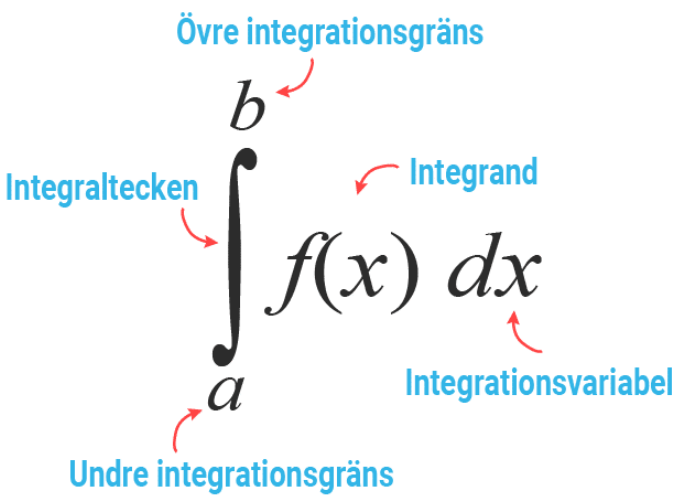
Den primitiva funktionen för termer med variabeln i exponenten är lika med "den ursprungliga funktionen dividerat med exponentens derivata · ln för basen"

För att ange samtliga primitiva funktioner adderar vi en konstant

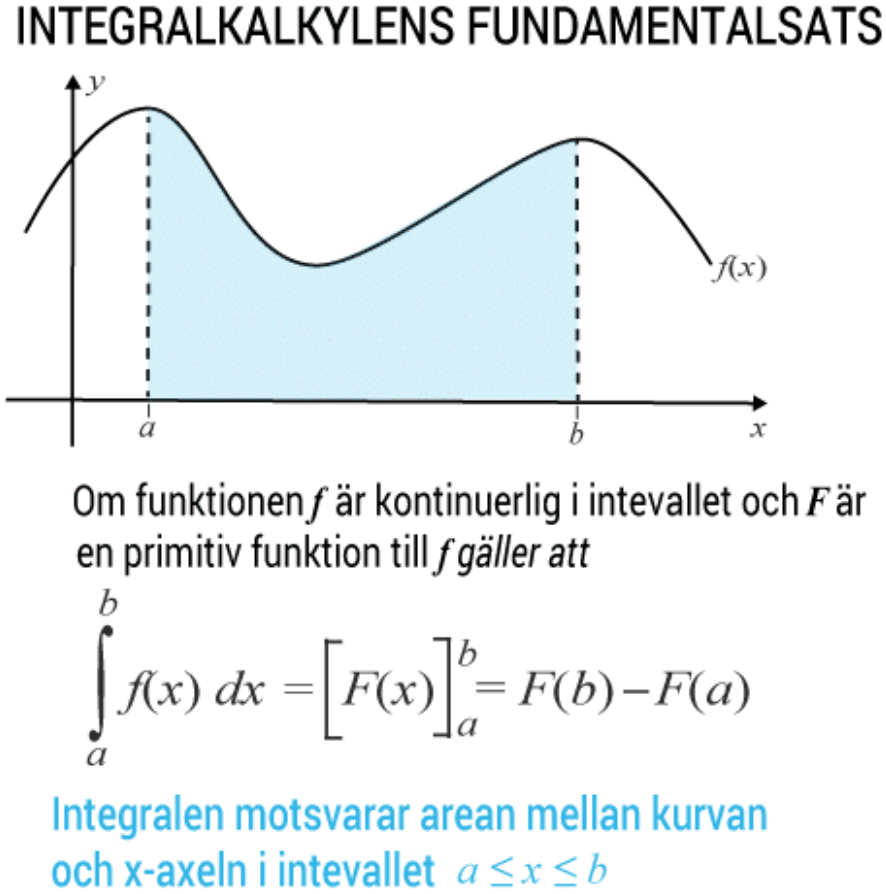
Men hjälp av en punkt på grafen kan man bestämma konstanten C. Har du ingen punkt kan du ta fram en genom att sätta in ett värde på x som ingår i definitionsmängden och beräkna funktionsvärdet $f\,(x)$ och på så sätt få punkten $(x,\ f\,(x))$.

Integraler

Integraler kan förenklat beskrivas som en summa av alla förändringar i ett intervall.



Ett vanligt sätt att bestämma integralens värde är att beräkna arean mellan en funktions kurva och x-axeln i ett intervall.

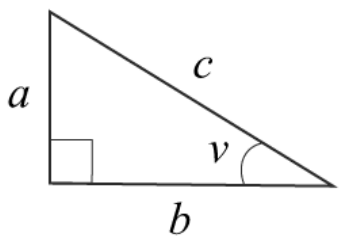


Var noga med att få rätt på alla tecken när du beräknar integralen! Ett tips kan vara att behålla parentesen och beräkna värdet i varje parentes innan subtraktionen $F(b) - F(a)$ utförs.

I lektionen Tillämpning av integraler kan du repeterar sambandet mellan *integralen* och *integranden*.

Trigonometri (Ma3c)

I rätvinklig triangel kan förhållandet mellan *vinkeln, katetrarna* och *hypotenusan* beskrivas med följande samband.



$$\sin v = \frac{a}{c}$$

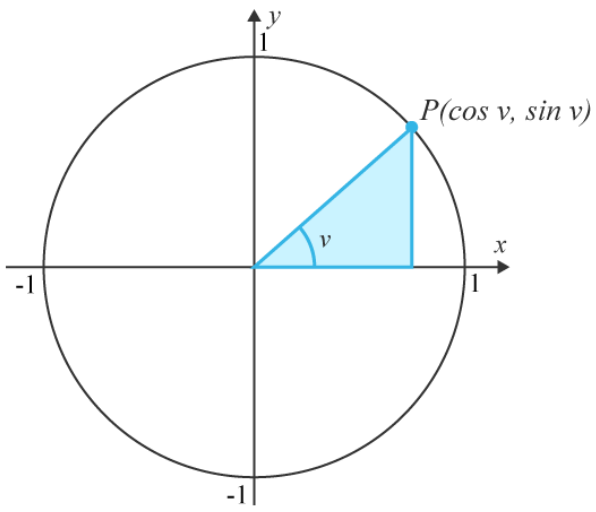
$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

Enhetscirkeln (Ma3c)

Utifrån cirkelns ekvation $r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$ $r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$ där r är radien, (x, y) en punkt på cirkelns rand och (a, b) cirkelns medelpunkt kan vi skapa *enhetscirkeln* med medelpunkten i origo och raiden med längden 1 l.e.

Punkten P är markerad i triangelns ena hörn och ligger på cirkelns rand. Triangeln har även ett hörn i origo.



Enhetscirkeln ger följande viktiga samband.

$\sin v = y$

$\cos v = x$

$\tan v = \frac{sinv}{cosv}$, där $cosv \neq 0$

$sin\,(180^\circ - v) = sinv$

$cos\,(180^\circ - v) = -cosv$

Tabell över exakta trigonometriska värden (Ma3c)

Grader	Radianer	Sinus	Cosinus	Tangens
0°	0	0	1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	$Ej\ def$
120°	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$

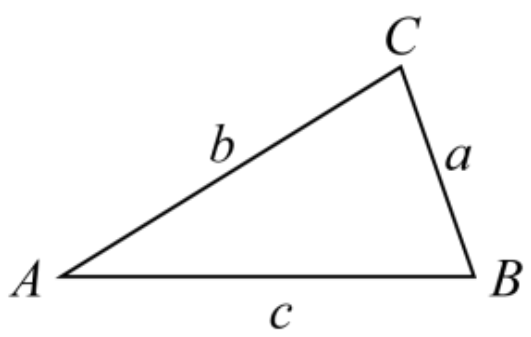
135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
150°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
180°	π	0	-1	0
225°	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	$Ej\ def$
315°	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1
360°	2π	0	1	0

Triangelsatserna (Ma3c)

Med hjälp av de tre triangelsatserna areasatsen, sinussatsen och cosinussatsen kan vi bestämma areor även till trianglar som inte är rätvinkliga.

Areasatsen (Ma3c)

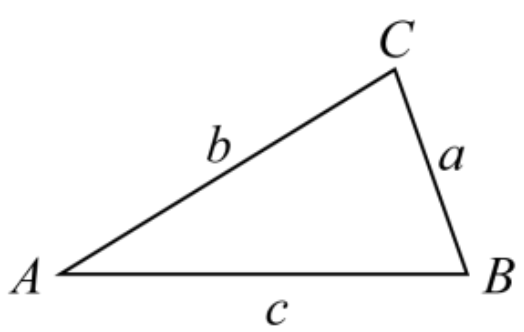
Vi kan beräkna arean med areasatsen på tre olika sätt beroende på vilka sidor och vinklar som används.



$$\text{Trianglens area} = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin B}{2}$$

Sinussatsens formel (Ma3c)

Sinussatsen ger ur vinklar och sidor i en triangel förhåller sig till varandra.



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

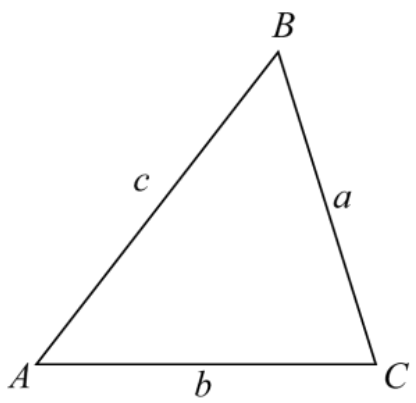
och går även att skriva som

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Se även lektionen om när sinussatsen ger två fall.

Cosinussatsen (Ma3c)

Cosinussatsen beskriver förhållandet mellan en vinkel och triangelns sidor.



Med hjälp av cosinussatsen kan vi ställa upp följande tre samband.

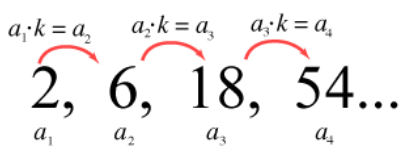
1: $a^2 = b^2 + c^2 – 2 \cdot b \cdot c \cdot cos A$

2: $b^2 = a^2 + c^2 – 2 \cdot a \cdot c \cdot cos B$

3: $c^2 = a^2 + b^2 – 2 \cdot a \cdot b \cdot cos C$

Geometriska talföljder (Ma3b)

I Matematik 3b ingår även en fördjupning av talföljder. En följd av tal, där kvoten k av två på varandra följande tal är konstant hela talföljden, kallas för en *geometrisk talföljd*. Talen i talföljden kallas också för *element*. Det första talet i talföljden betecknas a_1.



Kvoten k beräknas med formeln $k = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

Man kan bestämma det n:te elementet i talföljden med formeln $a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$

För att beräkna en summa av upprepade förändringar, tex hur mycket pengar man har på ett konto efter ett antal lika stora insättningar på ett konto med en konstant ränta, kan man med fördel ta vara på att dessa händelser kan beskrivas matematiskt som *summan* av en *geometrisk talföljd*.

summan av *n* st tal

$$s_n = a + a \cdot k + a \cdot k^2 + a \cdot k^3 + \ldots + a \cdot k^{n-1}$$

första talet *n*:e talet

Då talföljden innehåller många termer blir det mycket effektivt att använda sig av formeln för den *geometriska summan*. Den kan förenklat skriva om på detta sätt.

första talet Antal termer i summan

$$s_n = \frac{a_1(k^n - 1)}{(k - 1)}$$

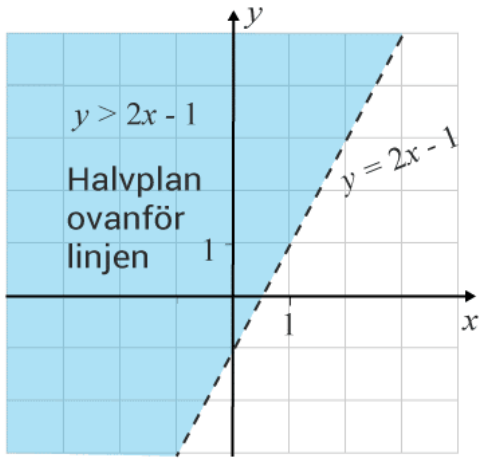
Summan av *n* st tal kvoten

Linjär optimering (Ma3b)

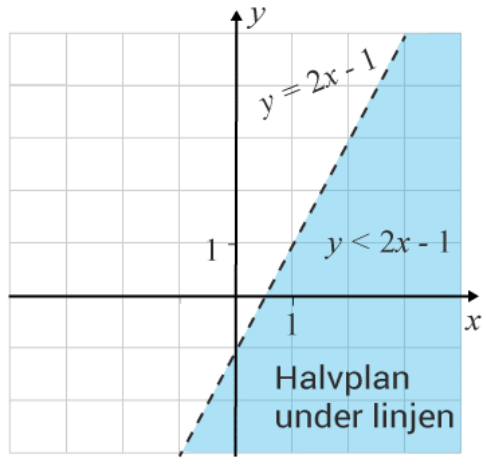
Linjär optimering som en metod för att hitta ett så *optimalt*, värde som möjligt utifrån ett antal olika *villkor*.

Alla punkter i området kommer att klara alla begränsningar, uppfylla alla villkor, och därmed vara värden som är möjliga utifrån villkoren. Med linjär optimering möjliggör vi att inte bara hitta alla *möjliga*, utan även det *bästa* värdet.

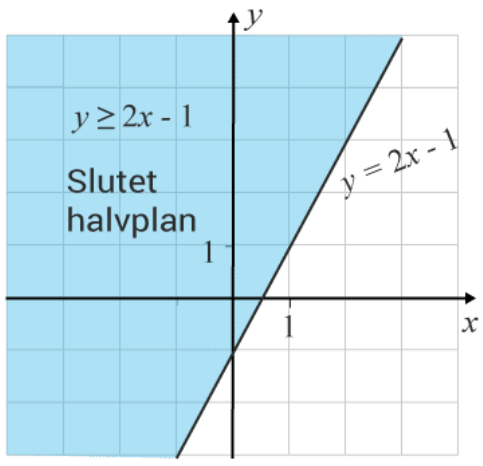
Ovanför linjen - "större än"



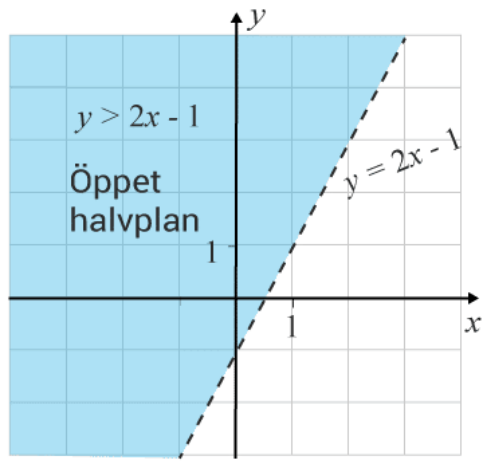
Under linjen- "mindre än"



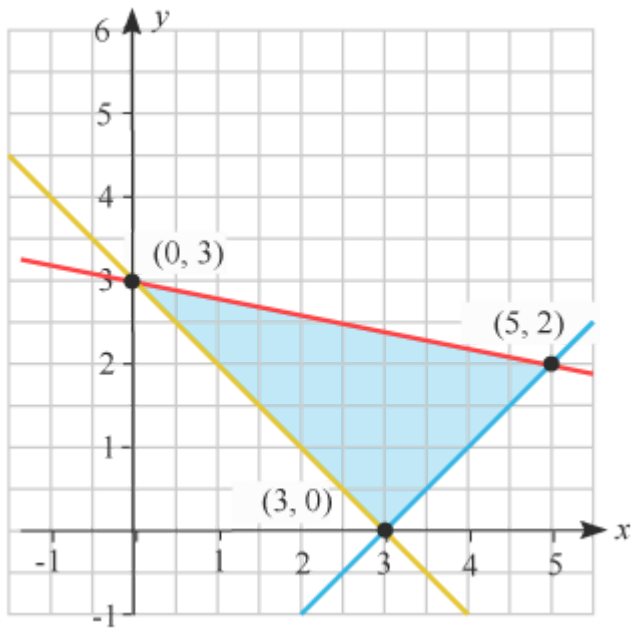
Linjen är heldragen - sluten olikhet



Linjen är sträckad - öppen olikhet



Den funktion $m(x, y) = ax + by$ som ger möjlighet att beräkna det man vill optimera när man löser ett optimeringsproblem kallas för en *målfunktion*. Genom att teckna villkoren som linjära olikheter och rita in i samma koordinatsystem, kan vi hitta det optimala värdet genom att sätt in koordinaterna för områdets hörnpunkter i *målfunktionen*.



Målfunktionen ritas inte in i koordinatsystemet utan bara de funktioner som motsvarar villkoren. Tänk på att teckna dessa med samma variabel.

Repetitionsmaterial

Tyvärr kommer du inte att få tillgång till all information som delas här, i sammanfattning Matematik 3, vid Nationella provet.

Använd gärna några av våra kapiteltest för att repetera och fördjupa dina kunskaper. Samtliga uppgifter har fullständiga förklaringar.

Kapiteltest 1 – Aritmetik, polynom och rationella uttryck
Kapiteltest 2 – Aritmetik, polynom och rationella uttryck
Kapiteltest 1 – Derivata och deriveringsregler
Kapiteltest 2 – Derivata och deriveringsregler
Kapiteltest – Primitiva funktioner och integraler
Kapiteltest 1 – Linjär Optimering
Kapiteltest 1 – Geometriska talföljder

Här kan du hitta alla gamla nationella prov att öva på.

TIDIGARE NATIONELLA PROV